



## MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara.
- Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados.

---

### Opción A

---

Ejercicio 1.- Dado el sistema

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 2 \\ ax - y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \end{array} \right\}$$

- Discuta su compatibilidad según los distintos valores de  $a$ . (1.5 puntos)
- Resuélvalo, si es posible, cuando  $a = 0$ . (1 punto)

---

Ejercicio 2.- Sean el punto  $P(-1,2,0)$  y la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z$ .

Calcule:

- La ecuación del plano  $\pi$  perpendicular a  $r$  pasando por  $P$ . (1 punto)
- El punto intersección entre  $r$  y  $\pi$ . (1 punto)
- La distancia del punto  $P$  a la recta  $r$ . (0.5 puntos)

---

Ejercicio 3.- Se considera la función  $f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{si } x < 0 \\ 5\text{sen}x - 2\cos x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- Determine el valor de  $b$  para que la función sea continua en el punto  $x = 0$ . (1 punto)
- Calcule el valor de  $a$  y  $b$  para que la función sea derivable en el punto  $x = 0$ . (1.5 puntos)

---

Ejercicio 4.- a) Resuelva por partes la siguiente integral:  $\int x(1 - \ln x) dx$ . (2 puntos)

- De todas las primitivas de  $f(x) = x(1 - \ln x)$  calcule la que pasa por el punto  $(1,3)$ . (0.5 puntos)

Nota:  $\ln x$  denota el logaritmo neperiano de  $x$ .

---



---

**Opción B**

---

Ejercicio 1.- Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule los valores de  $m$  para los que la matriz  $A - mI$  no tiene inversa. (1.5 puntos)

b) Calcule, si existe, la inversa de la matriz  $A - 2I$ . (1 punto)

Nota:  $I$  es la matriz identidad de orden 3.

---

Ejercicio 2.- Dado el punto  $A(0,1,2)$  y el plano  $\pi : x - y + z - 4 = 0$

a) Calcule la recta  $r$  perpendicular al plano  $\pi$  que pasa por el punto  $A$ . (1 punto)

b) Halle el punto intersección entre  $r$  y  $\pi$ . (1 punto)

c) Halle el punto simétrico de  $A$  respecto de  $\pi$ . (0.5 puntos)

---

Ejercicio 3.- Resuelva por cambio de variable  $\int \frac{e^x - 4e^{2x}}{1 + e^x} dx$ . (2.5 puntos)

---

Ejercicio 4.- Se considera la función  $y = \frac{x^2}{1+x}$ .

a) Determine las asíntotas de la función anterior. (1 punto)

b) Halle, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión. (1 punto)

c) Dibuje aproximadamente su gráfica. (0.5 puntos)

---



## MATEMÁTICAS II

### Criterios específicos de corrección

Sólo se corregirán los ejercicios de una de las opciones.

Los errores debidos a despistes no se tendrán en cuenta en la calificación, excepto si son reiterados, simplifican el problema o contradicen resultados teóricos básicos.

No se tendrán en cuenta en la calificación incorrecciones debidas a cálculos anteriores erróneos siempre que exista coherencia en los razonamientos realizados.

Los ejercicios de la prueba se valorarán según la siguiente puntuación:

#### *Opción A*

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1.5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1 punto, c) 0.5 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1.5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: a) 2 puntos, b) 0.5 puntos

#### *Opción B*

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1.5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1 punto, c) 0.5 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: 2.5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1 punto, c) 0.5 puntos