



## MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara.
- Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados y completamente explicados.

---

### Opción A

---

Ejercicio 1.- Sea  $A$  una matriz cuadrada de orden 3 con elementos reales tal que  $A^2 = I_3$ , donde  $I_3$  es la matriz identidad de orden 3.

- Pruebe que la matriz  $A$  tiene inversa y dé dicha inversa. (1 punto)
- Obtenga  $A^n$  para cualquier número natural  $n$ . (0,75 puntos)

c) Si  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ , calcule el valor del número real  $a$  para que  $A^2 = I_3$ . (0,75 puntos)

---

Ejercicio 2.- Considere los planos

$$\pi_1 : 2x + 2y + az = 1, \quad \pi_2 : 2x + ay + 2z = -2 \quad \text{y} \quad \pi_3 : ax + 2y + 2z = 1$$

donde  $a$  es un número real.

Calcule:

- El valor de  $a$  para que los planos contengan una recta común. (1 punto)
- Halle un vector director de dicha recta. (0,5 puntos)
- Escriba unas ecuaciones paramétricas de la recta común a los tres planos dados. (1 punto)

---

Ejercicio 3.- Calcule  $a$  y  $b$ , números reales, de forma que la curva  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  pase por el punto  $(-1,6)$  y su recta tangente en  $x = 1$  forme ángulo  $45^\circ$  con el eje OX. (2,5 puntos)

---

Ejercicio 4.- Calcule una primitiva de la función  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ . (2,5 puntos)

---



---

**Opción B**

---

Ejercicio 1.- Dado el sistema

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ ax + 2y + 3z = 0 \\ a^2x + 4y + 9z = -12 \end{array} \right\}$$

- a) Estudie su compatibilidad según los valores del número real  $a$ . (1,5 puntos)  
b) Resuelva el sistema, si es posible, cuando  $a = 3$ . (1 punto)
- 

Ejercicio 2.- Considere las rectas

$$r: \left. \begin{array}{l} x - y + z = 2 \\ 2x - 2y + z = 2 \end{array} \right\} \quad y \quad s: \left. \begin{array}{l} x + y = 0 \\ z = 1 \end{array} \right\}.$$

- a) Encuentre la posición relativa de las rectas  $r$  y  $s$ . (0,75 puntos)  
b) Halle, si es posible, la ecuación implícita de un plano paralelo a  $r$  que contiene a  $s$ . (1 punto)  
c) Obtenga la mínima distancia entre  $r$  y  $s$ . (0,75 puntos)
- 

Ejercicio 3.- Se desea construir un contenedor con forma de paralelepípedo rectangular de  $100 \text{ m}^3$  de volumen de manera que el largo de su base sea  $\frac{4}{3}$  de la anchura  $x$  de su base. Se sabe que los precios de un metro cuadrado de suelo, de techo y de pared lateral son, respectivamente,  $225 \text{ €/m}^2$ ,  $300 \text{ €/m}^2$  y  $256 \text{ €/m}^2$ . Determine razonadamente:

- a) El valor  $x$  de la anchura de la base que minimiza el coste. (2 puntos)  
b) Dicho coste mínimo. (0,5 puntos)
- 

Ejercicio 4.- Calcule el número real  $m$  para que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+mx)}{\text{sen}(2x)} = 3$ . (2,5 puntos)

---



## MATEMÁTICAS II

### Criterios específicos de corrección

Sólo se corregirán los ejercicios de una de las opciones.

Los errores debidos a despistes no se tendrán en cuenta en la calificación, excepto si son reiterados, simplifican el problema o contradicen resultados teóricos básicos.

No se tendrán en cuenta en la calificación incorrecciones debidas a cálculos anteriores erróneos siempre que exista coherencia en los razonamientos realizados.

Se tendrá en cuenta el método utilizado al resolver el ejercicio, valorándose con mayor puntuación el método más idóneo.

Se tendrá en cuenta la corrección a la hora de explicar el proceso mediante el cual se resuelve el problema. Un problema o apartado que no esté completamente explicado no tendrá la valoración máxima posible.

Los ejercicios de la prueba se valorarán según la siguiente puntuación:

#### *Opción A*

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1 punto, b) 0,75 puntos, c) 0,75 puntos

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1 punto, b) 0,5 puntos, c) 1 punto

Ejercicio 3.- Puntuación: 2,5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: 2,5 puntos

#### *Opción B*

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1,5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 0,75 puntos, b) 1 punto, c) 0,75 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: a) 2 puntos, b) 0,5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: 2,5 puntos