



## MATEMATICAS II

Escoge cuatro de los seis ejercicios propuestos

**1) (puntuación máxima 2.5 puntos)**

- Calcula todas las matrices diagonales de orden dos que coinciden con su inversa.
- Si  $A$  es una de estas matrices, calcula su cuadrado.

**2) (puntuación máxima 2.5 puntos)**

Se considera el sistema de ecuaciones 
$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\beta \\ \alpha \end{pmatrix}$$

- Calcula los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  sabiendo que el punto  $P=(2,-1)$  satisface la primera ecuación y el punto  $Q=(2,0)$  satisface la segunda.
- ¿Es compatible y determinado el sistema que resulta al sustituir los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  calculados?. Justifica las respuestas.

**3) (puntuación máxima 2.5 puntos)**

Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  verificando que  $f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

- Analiza el crecimiento y decrecimiento de la función  $g(x) = f(e^x)$
- ¿Tiene algún extremo relativo la función  $h(x) = e^{-f(x)}$ ?. Justifica las respuestas.

**4) (puntuación máxima 2.5 puntos)**

Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola de ecuación  $y^2 = x$  y el segmento cuyos extremos son los puntos  $P=(1,-1)$  y  $Q=(4,2)$ .

**5) (puntuación máxima 2.5 puntos)**

Los puntos  $P=(2,1,2)$  y  $Q=(0,5,4)$  son dos vértices opuestos de un cuadrado contenido en el plano de ecuación  $x + y - z = 1$

- Determina las coordenadas de los otros dos vértices.
- Calcula la ecuación de la recta que contiene al origen de coordenadas y es paralela a la que contiene a los puntos  $P$  y  $Q$ .

**6) (puntuación máxima 2.5 puntos)**

Sean  $Q = (-1,0)$  y  $R = (3,0)$

- Determina la ecuación del lugar geométrico de los puntos  $P$  del plano para los que el producto escalar de los vectores  $\vec{PQ}$  y  $\vec{PR}$  es 5.
- Identifica la cónica resultante y sus elementos característicos.