



MATEMÁTICAS II

Escoge cuatro de los seis ejercicios propuestos

1. (puntuación máxima 2.5 puntos)

i) Determina una matriz A para que el sistema homogéneo $AX = 0$ sea equivalente a la

ecuación matricial $(x, y, z) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = (0, 0)$

ii) Calcula las soluciones de módulo uno. Justifica las respuestas.

2. (puntuación máxima 2.5 puntos)

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & b \end{pmatrix}$

i) ¿Cuándo el determinante de A es el seno de algún número real?

ii) Calcula la inversa de A cuando exista.

iii) Determina todos los pares (a, b) para los que A coincide con su inversa.

3. (puntuación máxima 2.5 puntos)

Sea $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

i) Determina los cortes con ejes

ii) Calcula los dominios de monotonía.

iii) Analiza los máximos y mínimos.

iv) Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

v) Esboza la gráfica de la función f

4. (puntuación máxima 2.5 puntos)

Sea $y = x^2 + \alpha$

Calcula el valor de α para el que las tangentes a la curva en los puntos de abscisa de valor absoluto uno, pasan por el origen de coordenadas. Halla el área del recinto limitado por la curva y las dos tangentes.

5. (puntuación máxima 2.5 puntos)

Los puntos $P(1, -1, 1)$ y $Q(3, -3, 3)$ son dos vértices opuestos de un cuadrado que está contenido en un plano perpendicular al plano de ecuación $x + y = 0$

i) Determina los vértices restantes.

ii) Calcula la ecuación de la recta que pasa por los vértices calculados.

iii) Calcula el perímetro del cuadrado construido.

6. (puntuación máxima 2.5 puntos)

Un segmento de longitud 3, apoya sus extremos sobre los ejes de coordenadas (uno sobre cada eje) tomando todas las posiciones posibles.

i) Determina la ecuación del lugar geométrico del punto del segmento que está situado a distancia 1 del extremo que se apoya sobre el eje OY.

ii) Identifica la cónica resultante.