



## MATEMÁTICAS II

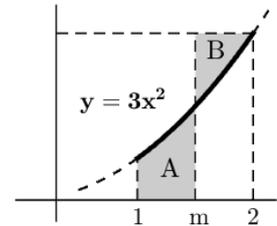
El examen presenta dos opciones: A y B. Elegir una de ellas y responder **razonadamente** a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

### OPCIÓN A

1. Determina los valores de  $a$  para los que el sistema de ecuaciones tiene solución. Calcula las soluciones en los casos posibles. (2.5 puntos)

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + ay = 2 \\ 5x + (3a - 1)y = 6 - a \end{cases}$$

2. Sea la gráfica de la parábola  $y = 3x^2$  en el intervalo  $[1, 2]$  y  $m$  un valor de dicho intervalo.



a) Halla, en función de  $m$ , el área de cada una de las partes sombreadas  $A$  y  $B$ . (1.5 puntos)

b) ¿Cuál es el valor de  $m$  que hace mínima la suma de esas áreas? (1 punto)

3. Sea el punto  $A(1, 2, 0)$  perteneciente a un plano  $\pi$ . Calcula:

a) La ecuación del plano  $\pi$  sabiendo que  $P(0, 0, -2)$  pertenece a la recta perpendicular a  $\pi$  que pasa por el punto  $A$ . (1 punto)

b) La ecuación de un plano paralelo a  $\pi$  y que esté a distancia 3 unidades del mismo. (1 punto)

c) Un punto  $B$  perteneciente a  $\pi$  y al plano  $\pi' : 2x - y = 0$  y que está a distancia  $\sqrt{45}$  de  $A$ . (Observación:  $A \in \pi'$ ) (0.5 puntos)

4. En una cierta enfermedad el 60% de los pacientes son hombres y el resto mujeres. Con el tratamiento que se aplica se sabe que se curan un 70% de los hombres y un 80% de las mujeres. Se elige un paciente al azar.

a) Calcula la probabilidad de que se cure de la enfermedad. (1.25 puntos)

b) Si un paciente no se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer? (1.25 puntos)



## OPCIÓN B

1. Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & x & 3 \\ 4 & 1 & -x \end{pmatrix}$  donde  $x$  es un número real. Halla:

- a) Los valores de  $x$  para los que la matriz  $A$  posea inversa. (1 punto)  
b) La inversa de  $A$  para  $x = 2$ . (1 punto)  
c) Con  $x = 5$ , el valor de  $b \in \mathbb{R}$  para que la matriz  $b \cdot A$  tenga determinante 1. (0.5 puntos)

2. Dada la función  $f(x) = \frac{x^2}{x-4}$

- a) Estudia su dominio de definición y calcula sus asíntotas. (1 punto)  
b) Halla, si existen, los máximos, mínimos y puntos de inflexión. Intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad. (1 punto)  
c) Haz un esbozo de su gráfica. (0.5 puntos)

3. Dada la recta  $r : \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x + y - 5z = 2 \end{cases}$  y el plano  $\pi : ax - y + z + 1 = 0$

- a) Halla el valor de  $a$  para que sean paralelos. (1.5 puntos)  
b) Para  $a = 2$ , calcula la ecuación del plano  $\pi'$  que contiene a  $r$  y es perpendicular a  $\pi$ . (1 punto)

4. De una baraja española Daniel y Olga extraen 8 cartas: los cuatro ases y los cuatro reyes. Con esas 8 cartas Olga da dos cartas a Daniel y posteriormente una para ella. Calcula:

- a) La probabilidad de que Daniel tenga dos ases. (0.75 puntos)  
b) La probabilidad de que Daniel tenga un as y un rey. (0.75 puntos)  
c) La probabilidad de que Olga tenga un as y Daniel no tenga dos reyes. (1 punto)