



MATEMÁTICAS II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

Bloque 1.A Dado el sistema de ecuaciones
$$\left. \begin{array}{rcl} ax & + & z = a \\ 2x - y - z & = & -1 \\ x & + & az = a \end{array} \right\} a \in \mathbb{R}.$$

- a) Estudia y clasifica el sistema según los valores de a . (1.5 puntos)
- b) Resuélvelo para los casos en que el sistema sea compatible indeterminado. (1 punto)

Bloque 1.B Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcula:

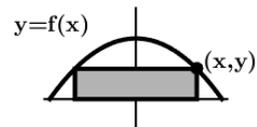
- a) Si existe, su inversa. (1 punto)
- b) La matriz X cuadrada de orden 3 que verifica:
 $(X + A)^2 - X^2 - X \cdot A = I_3$ (I_3 matriz identidad de orden 3). (1.5 puntos)

Bloque 2.A Sea la función $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

- a) Haz un esbozo de su gráfica determinando: dominio de definición, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y regiones de convexidad y concavidad. (1.5 puntos)
- b) Calcula el área de la región limitada por la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = 1$, la recta $y = 1$ y el eje de ordenadas. (1 punto)

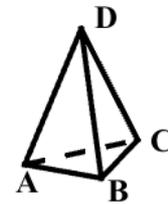
Bloque 2.B En una nave industrial se quiere instalar una pantalla de cine (ver figura). La forma de la nave es la descrita por la gráfica de la función

$f(x) = 12 - \frac{x^2}{3} \geq 0$. Calcula los valores positivos (x, y) que hacen máxima el área de la pantalla. (2.5 puntos)



**Bloque 3.A**

Sea el tetraedro de la figura formado por $A(3,0,0)$, $B(0,2,0)$, $C(0,0,6)$ y $D(\alpha,3,1)$. Calcula:



- El área del triángulo limitado por los puntos A, B y C . (0.5 puntos)
- La ecuación del plano π que pasa por los puntos A, B y C . (0.75 puntos)
- El valor de α para que el vector \overrightarrow{AD} sea perpendicular al plano π anterior. (0.75 puntos)
- Para $\alpha = 5$, el punto D' simétrico de D respecto al plano π . (0.5 puntos)

Bloque 3.B Sean el punto $P(1,0,1)$ y la recta $r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$ Calcula:

- Las ecuaciones paramétricas de la recta r . (0.75 puntos)
- La distancia de r a P y el punto $Q \in r$ donde se alcanza dicha distancia. (1 punto)
- La ecuación del plano π que contiene a r y está a la misma distancia de P que r . (0.75 puntos)

Bloque 4.A Se tienen tres cajas. En la caja A hay 4 bolas negras y 6 bolas rojas. En la caja B, 6 dados negros y 2 dados rojos y en la caja C, 2 dados negros y 4 dados rojos. El suceso consiste en sacar una bola y un dado. En primer lugar se extrae al azar una bola de la caja A. Si es negra, se extrae al azar un dado de la caja B pero, si la bola es roja se extrae al azar un dado de la caja C. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos sin relación entre ellos:

- La probabilidad de que la bola y el dado sean rojos. (0.75 puntos)
- La probabilidad de que la bola y el dado sean del mismo color. (0.75 puntos)
- La probabilidad de que el dado sea rojo. (1 punto)

Bloque 4.B Se tiene un suceso con variable aleatoria X que sigue una distribución normal de media $\mu = 30$ y desviación típica $\sigma = 10$. Calcula:

- La probabilidad de que $X \leq 20$. (1.25 puntos)
- Se hace una revisión de los datos y se observa que la probabilidad del 50% se alcanza en el valor $X \leq 35$. y la probabilidad del 75% se alcanza en el valor $X \leq 40$. ¿Cuáles son las nuevas media y desviación típica? (1.25 puntos)

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0.5$, $F(0.6745) = 0.75$, $F(0.8416) = 0.8$, $F(1) = 0.8413$, $F(1.375) = 0.9154$, $F(1.5) = 0.9332$, $F(2) = 0.9772$)