



MATEMÁTICAS II

El alumno deberá contestar a cuatro bloques elegidos entre los seis que siguen.

La contestación deberá ser siempre razonada.

Cada uno de los bloques de preguntas puntúa por igual (2,5 puntos).

1.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 3 \\ 3 & y \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} z & z \\ z & z \end{pmatrix}$.

- Sabiendo que $AB = 2C - D$, plantea un sistema de 3 ecuaciones y 3 incógnitas (representadas por x, y, z) donde a es cierto valor desconocido.
 - Si se supiera que el sistema tiene solución ¿podríamos descartar algún valor de a?
 - Si se supiera que el sistema tiene solución única ¿podríamos descartar algún valor de a?
 - ¿Hay algún valor de a para el que el sistema tenga más de una solución?
- 2.- Una gestoría financiera que ofrecía hasta ahora tan sólo préstamos personales pretende añadir a su cartera de productos los préstamos hipotecarios y se ve en la necesidad de rediseñar su política de firmas mensuales en base a los siguientes requerimientos:

Debe firmar mensualmente al menos 2 préstamos hipotecarios, pero por las dificultades que genera la introducción de ese producto no puede superar las 8 firmas mensuales de dichos préstamos. Por la misma razón, el número de firmas mensuales de préstamos hipotecarios ha de ser como máximo la mitad de las firmas mensuales de préstamos personales. Por otro lado, los costes de gestión son de 15.000 ptas. para cada firma de préstamo personal y de 30.000 ptas. para cada una de hipotecarios, no pudiéndose superar las 600.000 ptas. de gastos mensuales totales de gestión.

Si la comisión a percibir por la firma de cada préstamo personal es de 40.000 ptas. y de 100.000 para cada hipotecario,

- Se pretende calcular las unidades de cada producto que puede firmar mensualmente cumpliendo los requerimientos de su nueva política de firmas. Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. Si un mes firma 10 personales y 8 hipotecarios ¿cumple esos requerimientos?
 - Calcula las unidades de cada producto que ha de firmar un mes para maximizar la comisión total y cumplir todos los requerimientos de su política. ¿A cuánto asciende dicha comisión?
- 3.- La cotización en pesetas de cierta moneda en los últimos 5 años y medio se ajusta bastante bien a la siguiente función (C(t) indica la cotización en el tiempo t medido en años):

$$C(t) = (-t^2 + 1)(t - 9) - 16t + 59 \quad 0 \leq t \leq 5,5$$

- Encuentra el intervalo o intervalos de tiempo en que la cotización creció, y aquél o aquéllos en que decreció.
- ¿En qué momentos hubo una cotización más baja y más alta? ¿cuáles fueron esas cotizaciones?
- ¿Tiene la función C(t) algún punto de inflexión? Esboza un dibujo de dicha función.

4.- Dada la función $f(x) = (x + a)e^{\frac{x}{2} + 1}$, donde a es una constante,

- Encuentra una primitiva de f.
- Calcula a sabiendo que $\int_{-2}^2 f(x) dx = 8$. Justificar que, para ese valor de a, $2x e^{\frac{x}{2} + 1}$ no es primitiva de f.



- 5.- En la siguiente tabla aparece una clasificación de 120 conductores atendiendo a su edad y al número de accidentes de los que han sido responsables en los últimos 4 años:

Edad	Accidentes		
	0-2	2-4	4-8
22-30	18	16	8
30-40	23	12	6
40-65	20	10	7

- (a) Calcula la media y la desviación típica de accidentes provocados por los menores de 30 años. Si la media y desviación típica de los accidentes provocados por los mayores de 40 años son respectivamente 2,49 y 1,89 ¿en cuál de los dos grupos de edad es la media de accidentes más representativa?
- (b) Calcula e interpreta la mediana de edad del total de los 120 conductores.
- (c) Un conductor ha sido responsable de 2 accidentes y tiene una edad inferior a 30 años. Otro también ha provocado 2 accidentes pero tiene una edad superior a 40 años. Tipifica el número de accidentes de cada uno atendiendo al grupo de edad en que se encuentra. A pesar de que los dos provocaron el mismo número de accidentes, ¿cuál de los dos puede considerarse mejor conductor si lo comparamos con los de su mismo grupo de edad?
- 6.- Una de las entradas a cierta ciudad sufre constantemente retenciones de tráfico, de forma que el tiempo de espera en la cola formada por el semáforo allí instalado sigue una Normal de media 10 minutos y desviación típica 4 minutos.
- (a) ¿Qué probabilidad hay de que un conductor tenga que esperar en la cola menos de 8 minutos?
- (b) ¿Qué probabilidad hay de que tenga que esperar en la cola más de 16 minutos?
- (c) ¿Qué probabilidad hay de que tenga que esperar entre 8 y 12 minutos?
- (d) ¿Cuánto tienen que esperar como mínimo en ese semáforo el 25% de los conductores?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: $F(0,25)=0,5987$, $F(0,5)=0,6915$, $F(0,68)=0,75$, $F(0,75)=0,7734$, $F(1,5)=0,9332$, $F(4)=1$, $F(10) = 1$.)