

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara.
- Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados y completamente explicados.

Opción A

Ejercicio 1.- Dado el sistema

$$\left. \begin{array}{l} x - y + az = 1 \\ ax + 3y + z = 0 \\ 2x + ay + 2az = 2 \end{array} \right\}$$

- Estudie su compatibilidad según los valores del número real a . (1,5 puntos)
- Resuélvalo, si es posible, cuando $a = -2$. (1 punto)

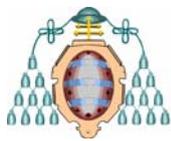
Ejercicio 2.- Sea s la recta que pasa por los puntos A(1, 1, 0) y B(0, 1, 0). Considere la recta $r : \left. \begin{array}{l} y = 0 \\ z = 2 \end{array} \right\}$.

- Escriba unas ecuaciones cartesianas de la recta s . (0,75 puntos)
- Dé la posición relativa de las rectas r y s . (0,75 puntos)
- Obtenga la distancia entre r a s . (1 punto)

Ejercicio 3.- Se considera la función real $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, donde a , b y c son números reales. Encuentre los valores de a , b y c para los que las rectas tangentes a la gráfica de $f(x)$ en los puntos de abscisas $x = 2$ y $x = 4$ sean paralelas al eje OX, sabiendo además que el punto de inflexión de la gráfica de $f(x)$ está en el eje OX. (2,5 puntos).

Ejercicio 4.- Calcule: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \operatorname{sen} x}$. (1,25 puntos)

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$. (1,25 puntos)



Opción B

Ejercicio 1.- Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Escriba factorizado el polinomio $p(x) = \det(A - xI_3)$ donde I_3 es la matriz identidad de orden 3. (1 punto)
- b) Busque las raíces de $p(x)$. (0,5 puntos)
- c) Resuelva el sistema homogéneo con matriz $A - xI_3$ cuando sea compatible indeterminado. (1 punto)
-

Ejercicio 2.- Considere un movimiento en el espacio tal que a cada punto de coordenadas (a, b, c) lo mueve al punto de coordenadas $(a+b, a+b+c, a+b)$.

- a) Busque el conjunto de puntos que se mueven al origen de coordenadas. (1 punto)
- b) Dé una ecuación cartesiana del plano π que determinan los puntos del apartado a) y el punto $(1,1,1)$. (1 punto)
- c) Busque la distancia del origen de coordenadas al plano π . (0,5 puntos)
-

Ejercicio 3.- Considere la función real de variable real $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$

- a) Calcule la ecuación de sus asíntotas, si existen. (1 punto)
- b) Estudie sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como las abscisas de sus extremos relativos, si los tiene, y clasifíquelos. (1,5 puntos)
-

Ejercicio 4.- Sea $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln(x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$, donde $\ln(x)$ significa logaritmo neperiano de x .

- a) Dibuje el recinto acotado comprendido entre la gráfica de $f(x)$ y la recta $y = 1$. (1,25 puntos)
- b) Calcule el área del recinto anterior. (1,25 puntos)
-

MATEMÁTICAS II

Criterios específicos de corrección

Sólo se corregirán los ejercicios de una de las opciones.

Los errores debidos a despistes no se tendrán en cuenta en la calificación, excepto si son reiterados, simplifican el problema o contradicen resultados teóricos básicos.

No se tendrán en cuenta en la calificación incorrecciones debidas a cálculos anteriores erróneos siempre que exista coherencia en los razonamientos realizados.

Se tendrá en cuenta el método utilizado al resolver el ejercicio, valorándose con mayor puntuación el método más idóneo.

Se tendrá en cuenta la corrección a la hora de explicar el proceso mediante el cual se resuelve el problema. Un problema o apartado que no esté completamente explicado no tendrá la valoración máxima posible.

Los ejercicios de la prueba se valorarán según la siguiente puntuación:

Opción A

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1,5 puntos, b) 1 punto

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 0,75 puntos, b) 0,75 puntos, c) 1 punto

Ejercicio 3.- Puntuación: 2,5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: a) 1,25 puntos, b) 1,25 puntos

Opción B

Ejercicio 1.- Puntuación: a) 1 punto, b) 0,5 puntos, c) 1 punto

Ejercicio 2.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1 punto, c) 0,5 puntos

Ejercicio 3.- Puntuación: a) 1 punto, b) 1,5 puntos

Ejercicio 4.- Puntuación: a) 1,25 puntos, b) 1,25 puntos