FÍSICA

Opción A

1. Un satélite gira en órbita circular alrededor de la Tierra a 30000 km de distancia de su centro. Si hubiese otro satélite girando también en órbita circular, con la mitad de la velocidad que el anterior pero alrededor de Plutón:
   a. ¿A qué distancia del centro de Plutón estaría situado? (0,75 puntos)
   b. ¿Cuál sería la relación entre los periodos de ambos satélites? (0,75 puntos)

   Datos: La masa de Plutón es aproximadamente el 2% de la masa de la Tierra.

Solución:

a) Igualando la fuerza de atracción gravitatoria y la fuerza centrípeta primero para la Tierra de masa M y luego para Plutón de masa 0,02 M (tener en cuenta que la velocidad de cada satélite es v y v/2 respectivamente):

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2}$$

$$\frac{m \cdot (\frac{v}{2})^2}{R_P} = G\frac{0{,}02Mm}{R_P^2}$$

Despejando en ambas ecuaciones el radio orbital:

$$R = G\frac{M}{v^2}$$

$$R_P = 4G\frac{0{,}02M}{v^2}$$

Dividiendo ambas ecuaciones y despejando el radio de la órbita en Plutón (R_P)

$$\frac{R}{R_P} = \frac{1}{0{,}08}$$

$$R_P = 0{,}08 \cdot R = 2400\ km = 2{,}4\ 10^6\ \text{m.}$$

Otras posibilidades de resolución son también aceptadas.

b) Dado que la velocidad angular está relacionada con el radio y el periodo en ambos casos:

$$v = \frac{2\pi}{T} \cdot R$$

$$\frac{v}{2} = \frac{2\pi}{T_P} \cdot R_P$$

Dividiendo ambas expresiones y teniendo en cuenta la relación calculada entre los radios:

$$2 = \frac{T_P}{T} \cdot \frac{R}{R_P} = \frac{T_P}{T} \cdot \frac{R}{0{,}08R} \quad por\ lo\ que\ T_P = 0{,}16\ T$$

2. Responda a las siguientes cuestiones:
   a. ¿Con qué fuerza se atraen dos conductores paralelos de 1 metro de longitud por los que circulan corrientes de intensidad 2 y 5 A si la distancia entre ellos es de 5 cm? Razone el sentido de las corrientes. (1,5 puntos).
   b. Dos cargas eléctricas distantes 9 cm, una 3q y la otra – q, se atraen con una fuerza de 5 N. Calcule el valor de sus cargas e indique el valor del potencial en el centro del segmento que las une (1,5 puntos)

Datos: $\mu_0 \cdot = 4\pi\, 10^{-7} NA^{-2}$; k = 9 10^9 Nm^2C^{-2}

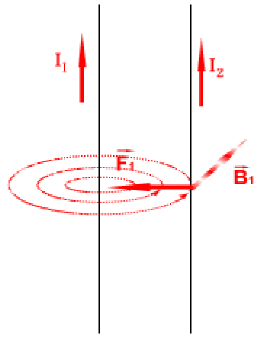
Solución:

a) Cada uno de los conductores genera un campo magnético B:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d}$$

Y:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi d}$$



La fuerza viene dada por $F=I_1\, l\, B_2 = I_2\, l\, B_1$

Por tanto la fuerza entre los conductores será:

$$F = \frac{\mu_0 \cdot l \cdot I_1 I_2}{2\pi d}$$

$$F = 4\ 10^{-5}\ N$$

Para que los conductores se atraigan el sentido de las intensidades tiene que ser el mismo.

b) La fuerza entre las cargas viene dada por la ley de Coulomb:

$$F = 5N = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{3q^2}{(0{,}09)^2\, m}$$

Despejando se obtiene que q = $1{,}22 \cdot 10^{-6}$ C

Las cargas eléctricas tienen un valor de -1,2 10^{-6} C y +3,6 10^{-6} C, respectivamente

Para calcular el potencial sumamos los potenciales debidos a cada carga:

$$V = V_1 + V_2 = k \cdot \left(\frac{3q}{0{,}045} - \frac{q}{0{,}045}\right) = 4{,}88 \cdot 10^5 V$$

3. Una onda transversal se propaga a lo largo de un hilo en el sentido positivo del eje OX. La distancia mínima entre dos puntos en fase es de 2 mm. El foco emisor, situado en el extremo del hilo (x=0), oscila con una amplitud de 3 mm y una frecuencia de 25 Hz. Determine:
   a. Velocidad de propagación de la onda. (0,5 puntos)
   b. Frecuencia angular o pulsación. (0,5 puntos)
   c. Número de onda. (0,5 puntos)
   d. Ecuación de la elongación en función de la posición y el tiempo, sabiendo que en el instante inicial y en el origen de la onda, dicha elongación es nula. (0,5 puntos)
   e. Represente gráficamente la elongación en el extremo del hilo en función del tiempo. (0,5 puntos)
   f. Velocidad máxima en un punto del hilo. (0,5 puntos)
   g. Aceleración máxima de un punto del hilo. (0,5 puntos)

Solución:

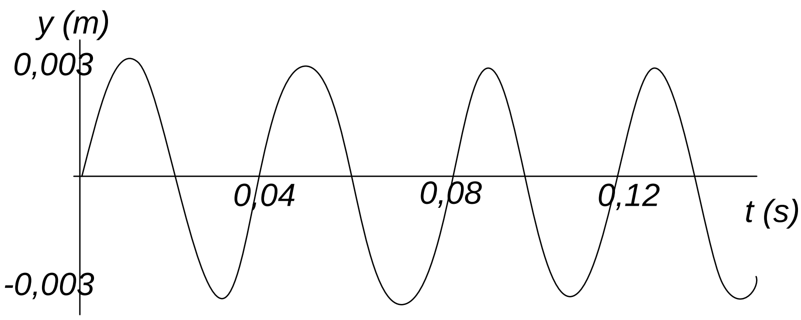
a) La longitud de onda es de λ = 2 mm = 0,002 m
La amplitud de A = 0,003 m y la frecuencia *f* = 25 Hz
Por tanto, la velocidad de propagación de la onda v = λ *f* = 0,002 m· 25 Hz = 0.05 m/s

b) La frecuencia angular viene dada por la expresión:
$$\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 2\cdot\pi\cdot 25 = 50\pi \text{ rad/s}$$

c) El número de onda viene dado por:
$$k = 2\,\pi/\lambda = 2\,\pi/0.002 = 1000\,\pi\, m^{-1}$$

d) La ecuación de la elongación de cualquier punto del hilo viene dada por:
$$y = A\cdot\ sen\,(\omega t - k\cdot x + \varphi_0)$$
Teniendo en cuenta las condiciones iniciales podemos deducir que:
$$0 = 0{,}003\cdot sen\,(\varphi_0)\ (m)$$
Por tanto, la fase inicial será cero y la ecuación de la elongación de cualquier punto:
$$y(x,t) = 0{,}003\cdot sen\,(50\,\pi t - 1000\,\pi x)\ (m)$$

e) La gráfica correspondiente será:



f) La velocidad de un punto del hilo se calcula derivando respecto del tiempo la ecuación de la elongación y su valor es: $v = A\omega\cdot\ cos\,(\omega t - k\cdot x)$ Su valor máximo será cuando el coseno tome el valor absoluto de 1 es decir, $v_{max} = A\omega = 0{,}003\cdot 50\pi = 0{,}15\pi = 0{,}47\, m/s$

g) Para calcular la aceleración se deriva la velocidad respecto del tiempo:
$$a = -A\cdot\omega^2\ sen\,(\omega t - k\cdot x)$$
Su valor máximo cuando la función seno tome el valor absoluto igual a 1:
$$a_{max} = A\cdot\omega^2 = 0{,}003\cdot(50\pi)^2 = 74\, m/s^2$$

4. Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene 1 mol de átomos de 224-Ra, cuyo período de semidesintegración es de 3,64 días. Calcule:
   a. la constante de desintegración radiactiva del 224-Ra y la actividad inicial de la muestra en Bq. (1 punto)
   b. el número de átomos de 224-Ra en la muestra al cabo de 30 días. (1 punto)

Dato: Número de Avogadro = $6,022 \cdot 10^{23}$ átomos/mol

Solución:

a) Teniendo en cuenta el valor del periodo de semidesintegración:

$$T_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

Podemos calcular el valor de la constante de desintegración radiactiva para el Ra:

$$\lambda = 0,19\ días^{-1} = 2,2\ 10^{-6}\ s^{-1}$$

$$A = \lambda N = 2,2\ 10^{-6}\ \cdot 6,022\ \cdot 10^{23} = 1,3\ 10^{18}\ Bq$$

b) Los átomos que quedan a los 30 días:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} = 6,022 \cdot 10^{23} \cdot e^{-0,19 \cdot 30} = 2,01 \cdot 10^{21} átomos$$

Opción B

1. Un satélite artificial de comunicaciones, de 500 kg de masa, describe una órbita circular de 9000 km de radio en torno a la Tierra.
   a. Calcule su energía en esa órbita. (0,5 puntos)
   b. En un momento dado, se decide variar el radio de su órbita, para lo cual enciende uno de los cohetes propulsores del satélite, comunicándole un impulso tangente a su trayectoria antigua. Si el radio de la nueva órbita descrita por el satélite, en torno a la Tierra, es de 13000 km, calcule el trabajo de los motores en el proceso. (0,5 puntos)
   c. Determine el periodo de la nueva órbita. (0.5 puntos)

Datos: Radio de la Tierra = 6380 km; g_0 = 9,8 m/s^2

Solución:

a) La fuerza centrípeta es la fuerza de atracción gravitatoria:

$$F_G = G \cdot \frac{Mm}{R^2}$$
$$F_C = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

Igualándolas se deduce que:

$$\frac{1}{2} G \cdot \frac{Mm}{R} = \frac{m \cdot v^2}{2} = E_C$$

La energía potencial:

$$E_P = -G \cdot \frac{Mm}{R}$$

La energía mecánica será la suma de la energía cinética y potencial:

$$E_{m1} = -\frac{1}{2} G \cdot \frac{Mm}{R} = -\frac{1}{2} G \cdot \frac{Mm}{R_T^2 \cdot R} \cdot R_T^2 = -\frac{1}{2} g_0 \cdot \frac{m \cdot R_T^2}{R} = -1{,}11 \cdot 10^{10} J$$

b) La energía mecánica en la segunda órbita será:

$$E_{m2} = -\frac{1}{2} g_0 \cdot \frac{m \cdot R_T^2}{R'} = -7{,}67 \cdot 10^9 J$$

El trabajo realizado por los motores:

$$W = E_{m2} - E_{m1} = 3{,}43 \cdot 10^9 J$$

c) Para calcular el periodo se puede igualar la fuerza centrípeta y la fuerza de atracción gravitatoria:

$$G \cdot \frac{Mm}{R^2} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$
$$\frac{G \cdot M}{R} = \frac{4 \cdot \pi^2 R^2}{T^2}$$

Despejamos el periodo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{g R_T^2}} = 14745\ s$$

2. Una carga eléctrica $5{\cdot}10^{-9}$ C se mueve horizontalmente y perpendicular a un campo magnético de - $5{\cdot}10^{-3}\,\vec{j}$ T con velocidad de $5{\cdot}10^{6}\,\vec{i}$ m/s.
   a. Calcule la trayectoria que tendría si su masa es 5 ng. (1.5 puntos)
   b. ¿Qué campo eléctrico debería actuar, en qué dirección y con qué sentido para que la carga siguiera con trayectoria rectilínea? (1.5 puntos)

Solución:
Una carga que se mueve en el seno de un campo magnético sufre la acción de una fuerza cuyo valor viene dado por la expresión:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

La fuerza vendrá dada por:

$$\vec{F} = 5 \cdot 10^{-9} C \cdot 5 \cdot 10^{6}\,\vec{i}\,\frac{m}{s} \times 5 \cdot 10^{-3} T(-\vec{j}) = -125 \cdot 10^{-6} N\,\vec{k} = -1{,}25 \cdot 10^{-4} N\,\vec{k}$$

Esto provocará que la trayectoria, al ser la fuerza perpendicular a la velocidad, sea una circunferencia cuyo radio viene dado por:

$$q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

De donde R será:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{5 \cdot 10^{-12} kg \cdot 5 \cdot \frac{10^6 m}{s}}{5 \cdot 10^{-9} C \cdot 5 \cdot 10^{-3} T} = 10^6 m$$

Para que siga moviéndose en línea recta el campo eléctrico tiene que tener sentido contrario a la fuerza del campo magnético puesto que la carga es positiva.

$$q\vec{v} \times \vec{B} = -q\vec{E}$$

El valor de este campo sería pues:

$$\vec{E} = 25000\,\vec{k}\,\left(\frac{N}{C}\right)$$

3. Un haz de luz roja con frecuencia f = $4{,}6\cdot10^{14}$ Hz se mueve por el agua, donde el índice de refracción es n=1,3, e incide sobre una superficie de separación agua-aire formando un ángulo de 45º con la normal a dicha superficie. Calcule:

a. La velocidad de propagación de la onda en el agua (1 punto).
b. La longitud de onda en ambos medios (en el agua (0,5 puntos) y en el aire (0,25 puntos)).
c. Si las longitudes de onda calculadas proporcionan distintos valores, ¿significa esto que al cambiar de medio la luz cambia de color? Justifique la respuesta. (0,25 puntos)
d. El ángulo de refracción (1 punto).
e. El ángulo límite. (0,5 puntos)

Datos: Velocidad de la luz en aire, $c=3\cdot10^8$ m/s; índice de refracción del aire, $n_{aire}=1$.

Solución:

a) n = c/v = 1.3 por lo que v = c/1,3 = $2{,}31\cdot10^8$ m/s

b) $\lambda_{aire} = c\,/\,f = 3\cdot10^8\,/\,4{,}6\cdot10^{14} = 6{,}52\cdot10^{-7}$ m

Se puede calcular de dos formas la longitud de onda en el agua: la mejor sería utilizar el valor del índice de refracción, dado que la frecuencia permanece constante:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_{aire}\cdot f}{\lambda_{agua}\cdot f} = \frac{\lambda_{aire}}{\lambda_{agua}} = 1{,}3$$

Conocido el valor de la longitud de onda en el aire se puede despejar el de la longitud de onda en el agua que resulta ser de $5{,}02\cdot10^{-7}$ m.

$$\lambda_{agua} = v\,/\,f = 2.31\cdot10^8\,/\,4{,}6\cdot10^{14} = 5{,}02\cdot10^{-7}\text{m}$$

c) El color viene dado por la frecuencia y ésta permanece constante aunque el medio en que se propaga la onda cambie. Por tanto, el color sigue siendo el mismo.

d) Aplicamos la ley de Snell:

$$n_{agua}\cdot sen\, i = n_{aire}\cdot sen\, r$$

Dado que el índice de refracción en el aire es 1:

$$sen\, r = 1{,}3\cdot sen\, 45$$

De donde se deduce que r = 66º48’54’’ = 66,815º

e) El ángulo límite es aquel que hace que el rayo incidente no salga del medio del que procede, dicho en otras palabras, el ángulo de refracción vale 90º

$$n_{agua}\cdot sen\, l = n_{aire}\cdot sen\, 90$$

Es decir que el ángulo límite sería:

$$sen\, l = \frac{n_{aire}}{n_{agua}} = 0{,}7692$$

Por lo que el ángulo límite sería: 50,285º o 50º17’6’’

4. La energía mínima necesaria para extraer un electrón del sodio es de 2,3 eV.
   a. Explique si se producirá el efecto fotoeléctrico cuando se ilumina una lámina de sodio con luz roja de longitud de onda 680 nm y con luz azul de longitud de onda: 360 nm. (1 punto)
   b. Indique el valor de la energía cinética máxima de los electrones extraídos. (0.5 puntos)
   c. Calcule el valor del potencial de frenado de los mismos. (0.5 puntos)

Datos: Constante de Planck: h = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s Velocidad de la luz en el vacío: c = $3 \cdot 10^{8}$ m/s Valor absoluto de la carga del electrón: e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Solución:

En primer lugar calculamos en J el trabajo de extracción:

$$W_0 = 2{,}3\ eV \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} C}{1\ e} \cdot \frac{1\ J/C}{1\ V} = 3{,}68 \cdot 10^{-19} J$$

a) Calculamos el valor de la energía de un fotón de la radiación roja

$$h \cdot f = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot \frac{3 \cdot 10^{8} m/s}{6{,}80 \cdot 10^{-7} m} = 2{,}925 \cdot 10^{-19} J$$

Como se ve es inferior al trabajo de extracción. No se produce el efecto fotoeléctrico.

b) La de un fotón de luz azul

$$h \cdot f = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot \frac{3 \cdot 10^{8} m/s}{3{,}60 \cdot 10^{-7} m} = 5{,}525 \cdot 10^{-19} J$$

En este caso sí se produce el efecto fotoeléctrico

c) La energía cinética máxima de los electrones extraídos:

$$E_{Cmax} = hf - W_0 = 5{,}525 \cdot 10^{-19} J - 3{,}68 \cdot 10^{-19} J = 1{,}85 \cdot 10^{-19} J$$

d) El potencial de frenado:

$$V = \frac{1{,}85 \cdot 10^{-19} J}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C} = 1{,}16\ V$$