



MATEMÁTICAS II

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente cuatro preguntas cualesquiera a elegir entre las ocho que se proponen.

TIEMPO Y CALIFICACIÓN: 90 minutos. Cada ejercicio se calificará sobre 2,5 puntos.

El estudiante deberá indicar la agrupación de preguntas que responderá. La selección de preguntas deberá realizarse conforme a las instrucciones planteadas, no siendo válido seleccionar preguntas que sumen más de 10 puntos, ni agrupaciones de preguntas que no coincidan con las indicadas, lo que puede conllevar la anulación de alguna pregunta que se salga de las instrucciones.

Bloque 1.A Un estudiante ha gastado 57 euros en una papelería en la compra de un libro, una calculadora y un estuche. Sabemos que el libro cuesta el doble que el total de la calculadora y el estuche juntos.

- ¿Es posible determinar de forma única el precio del libro? ¿Y el de la calculadora? (1.25 puntos)
- Además, si los precios del libro, la calculadora y el estuche hubieran sido, respectivamente, un 50%, un 80% y un 75% de los precios iniciales de cada artículo, el estudiante habría pagado un total de 34 euros. Calcula el precio inicial de cada artículo. (1.25 puntos)

Bloque 1.B Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 3 \\ 1 & m & 2 \\ 1 & m & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

- Discute el rango de A según los valores de $m \in \mathbb{R}$. (1 punto)
- ¿Qué dimensiones ha de tener la matriz X para que sea posible la ecuación $A \cdot X = B$? (0.5 puntos)
- Calcula la matriz X del apartado anterior para $m=0$. (1 punto)

Bloque 2.A Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

- Halla los puntos de corte de la función con el eje de abscisas y, si existen, los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión. (1 punto)
- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad. Esboza una gráfica de la función. (1 punto)
- Calcula la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 2$. (0.5 puntos)

Bloque 2.B Sea la función $f(x) = 4 - x^2$

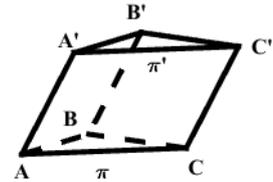
- Su gráfica determina con el eje de abscisas un recinto limitado D . Calcula su área. (1 punto)
- La gráfica de la función $g(x) = 3x^2$ divide D en tres partes D_1 , D_2 y D_3 . Haz un dibujo de los tres recintos. (0.75 puntos)
- Calcula el área del recinto D_2 que contiene al punto $P(0, 1)$. (0.75 puntos)



Bloque 3.A Dados el punto $A(2, 1, 1)$ y la recta $r : \begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 0 \end{cases}$

- Calcula un vector director de la recta r . (0.75 puntos)
- La ecuación del plano π que contiene al punto A y a la recta r . (0.75 puntos)
- La ecuación de la recta s contenida en π que pasa por A y es perpendicular a r . (1 punto)

Bloque 3.B Sea el prisma triangular (triángulos iguales y paralelos) de la figura, con $A(1, 0, 0)$, $B'(-1, 2, 2)$, $C(0, 3, 0)$ y $C'(0, 4, 2)$. Y los planos π , al que pertenecen los puntos A, B, C y π' , al que pertenecen los puntos A', B', C' . Calcula:



- Las coordenadas de los puntos restantes: A', B . (0.75 puntos)
- La distancia entre los planos π y π' . (0.75 puntos)
- El volumen del prisma triangular. (1 punto)

Bloque 4.A En un espacio muestral se tienen dos sucesos: A y B . Se conocen las siguientes probabilidades:

$P(A \cap B) = 0.3$, $P(A/B) = P(B/A)$ y $P(\bar{A}) = 0.2$ (\bar{A} suceso contrario). Calcula:

- $P(B/A)$. (1 punto)
- $P(B)$. (1 punto)
- ¿Son los sucesos independientes? (0.5 puntos)

Bloque 4.B Los 5 defensas, 3 medios y 2 delanteros de un equipo de fútbol se entrenan lanzando penaltis a su portero. Los defensas marcan gol la mitad de las veces, los medios las $2/3$ partes de las veces y los delanteros las $3/4$ partes de las veces.

- Se elige un jugador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que meta el penalti? (1.25 puntos)
- Se supone que la probabilidad del apartado anterior es del 60%. El equipo realiza en una semana 600 lanzamientos. En cada lanzamiento se elige un jugador al azar y regresa al grupo pudiendo ser elegido nuevamente. Calcula la probabilidad de que como mucho se metan 400 goles aproximando la distribución por una normal. (1.25 puntos)

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(3.25) = 0.9994$, $F(3.2917) = 0.9995$, $F(3.3333) = 0.9996$, $F(3.375) = 0.9996$, $F(3.4167) = 0.9997$)