FÍSICA

1. En el año 2053 una astronauta, cuya masa es m = 60 kg, se encuentra explorando el planeta X-1 de masa 10 veces menor y radio 10 veces menor que la Tierra. Calcule:

   a. ¿Cuál sería el peso de la astronauta en la superficie del planeta X-1? (1 punto)
   b. Unos meses más tarde aterriza con su nave en el planeta Z-1, cuyo radio es también 10 veces menor que el de la Tierra, pero su masa es 100 mayor que la Tierra. Calcule el peso de la astronauta en Z-1. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.

$$F_{\mathrm{G}}(\mathrm{Tierra}) = \frac{G\ M_{\mathrm{T}}\ m}{{R_{\mathrm{T}}}^2} \Longrightarrow F_{\mathrm{G}}(\mathrm{X}-1) = \frac{G\ 0.1 M_{\mathrm{T}}\ m}{(0.1 R_{\mathrm{T}})^2} = \frac{G\ M_{\mathrm{T}}\ m}{0.1 {R_{\mathrm{T}}}^2} \Longrightarrow F_{\mathrm{G}}(\mathrm{X}-1) = 10 F_{\mathrm{G}}(\mathrm{Tierra})$$

b.

$$F_{\mathrm{G}}(\mathrm{Tierra}) = \frac{G\ M_{\mathrm{T}}\ m}{{R_{\mathrm{T}}}^2} \Longrightarrow F_{\mathrm{G}}(\mathrm{Z}-1) = \frac{G\ 100 M_{\mathrm{T}}\ m}{(0.1 R_{\mathrm{T}})^2} = \frac{G\ M_{\mathrm{T}}\ m}{0.1 {R_{\mathrm{T}}}^2} \Longrightarrow F_{\mathrm{G}}(\mathrm{X}-1) = 10^4 F_{\mathrm{G}}(\mathrm{Tierra})$$

---

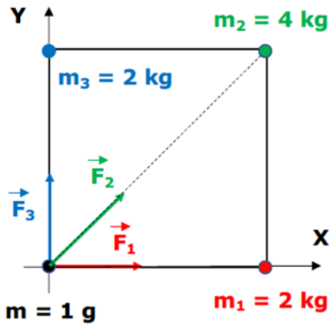
2. Se colocan en los vértices de un cuadrado de 1 m de lado tres masas puntuales de 2, 4 y 2 kg, cuyas coordenadas son: (0,1); (1,1) y (1,0), respectivamente. Calcule:

   a. La fuerza que ejercerán sobre una partícula de 1 g colocada en el cuarto vértice. (1 punto)

   b. El trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando la partícula se haya desplazado hasta el centro del cuadrado. Explique si este desplazamiento de la partícula es espontáneo o no. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.



$$F_1 = G\frac{mm_1}{r_1^2} = 6.67\times10^{-11}\frac{2\times10^{-3}}{1^2} = 13.34\times10^{-14}\ \text{N}$$

$$F_2 = G\frac{mm_2}{r_2^2} = 6.67\times10^{-11}\frac{4\times10^{-3}}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = 13.34\times10^{-14}\ \text{N}$$

$$F_3 = G\frac{mm_3}{r_3^2} = 6.67\times10^{-11}\frac{2\times10^{-3}}{1^2} = 13.34\times10^{-14}\ \text{N}$$

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = F_1\,\vec{\imath} + F_2\,(cos45°\,\vec{\imath} + sen45°\vec{\jmath}) + F_3\,\vec{\jmath} = 13.34\times10^{-14}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(\vec{\imath}+\vec{\jmath})\ \text{N}$$

$$F = 32.20\times10^{-14}\ \text{N}$$

---

b. Llamamos A al punto inicial donde se encuentra la masa m (origen de coordenadas) y B al punto final que corresponde al centro del cuadrado de coordenadas (0.5 m,0.5 m)

$$W_{\text{A}\to\text{B}} = -\Delta E_{\text{P}} = E_{\text{PA}} - E_{\text{PB}}$$

$$E_{\text{PA}} = -Gm\left(\frac{m_1}{d_{1\text{A}}}+\frac{m_2}{d_{2\text{A}}}+\frac{m_3}{d_{3\text{A}}}\right)\quad E_{\text{PB}} = -Gm\left(\frac{m_1}{d_{1\text{B}}}+\frac{m_2}{d_{2\text{B}}}+\frac{m_3}{d_{3\text{B}}}\right)$$

$$W_{\text{A}\to\text{B}} = Gm\left(\frac{m_1}{d_{1\text{B}}}+\frac{m_2}{d_{2\text{B}}}+\frac{m_3}{d_{3\text{B}}}-\frac{m_1}{d_{1\text{A}}}-\frac{m_2}{d_{2\text{A}}}-\frac{m_3}{d_{3\text{A}}}\right)$$

$$W_{\text{Q}\to\text{S}} = 6.67\times10^{-11}\times10^{-3}\times4.49 = 3\times10^{-13}\ \text{J}$$

El trabajo es positivo, luego la bola se desplaza de manera espontánea bajo la acción de la fuerza del campo gravitatorio.

3. En un punto P que se encuentra a una cierta distancia de una carga puntual el potencial eléctrico es 900 V, mientras que el campo eléctrico en ese punto es 150 N/C. Calcule:

   a. La distancia desde el punto P a la posición de la carga puntual. (1 punto)
   b. El valor y el signo de la carga puntual. (0.5 puntos)
   c. El potencial y el campo eléctrico en el punto P si invertimos el signo de la carga (0.5 puntos)

SOLUCIÓN

a.

$$E = K\frac{Q}{d_\mathrm{P}^2};\quad V = K\frac{Q}{d_\mathrm{P}} \Longrightarrow d_\mathrm{P} = \frac{V}{E} = \frac{900}{150} \Longrightarrow d_\mathrm{P} = 6\ \mathrm{m}$$

b. La carga es positiva ya que el potencial es positivo.

$$Q = \frac{V d_\mathrm{P}}{K} = \frac{900 \times 6}{9 \times 10^9} \Longrightarrow Q = 6 \times 10^{-7}\ \mathrm{C} = 0.6\ \mathrm{\mu C}$$

c. La distancia al punto P es la misma, y la magnitud de la carga no varía, únicamente su signo. Por tanto, solo cambia el signo tanto del campo eléctrico como del potencial eléctrico:

$$E = 150\ \mathrm{N/C};\quad V = -900\ \mathrm{V}$$

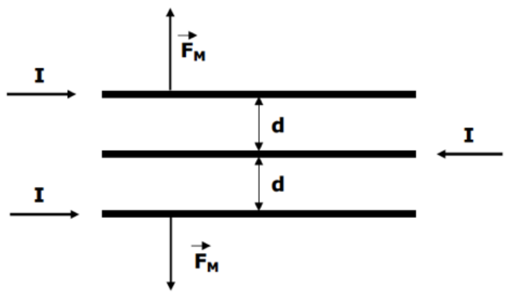
---

4. Disponemos de tres hilos conductores rectilíneos paralelos muy largos de longitud *L* por los que circulan corrientes eléctricas de 10 A cada una. En los dos hilos de los extremos la corriente es en el mismo sentido y opuesta en el hilo del centro. La distancia entre hilos consecutivos es *d* = 1 cm.

   a. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud en los hilos de los extremos. Haga un dibujo donde se representen los hilos y las fuerzas. (1.5 puntos)
   b. Calcule la magnitud y dirección de la fuerza por unidad de longitud en el hilo central. (0.5 puntos)

SOLUCIÓN

a. Dos conductores paralelos por los que circula corriente se atraen si las corrientes son en el mismo sentido y se repelen si las corrientes circulan en sentidos opuestos.



En el hilo superior el sentido de la fuerza es hacia arriba:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{2d}\right) = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi d} \Longrightarrow \frac{F}{L} = 10^{-3}\ \mathrm{N}$$

En el hilo inferior el sentido de la fuerza es hacia abajo:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{2d}\right) = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi d} \Longrightarrow \frac{F}{L} = 10^{-3}\ \mathrm{N}$$

b. En el hilo central las fuerzas se cancelan, la fuerza neta es cero.

5. La ecuación de una onda transversal a lo largo de una cuerda horizontal muy larga es:

$$y(x,t) = (0.75\ \mathrm{cm})\ cos\ \pi[(0.4\ \mathrm{cm}^{-1})x + (250\ \mathrm{s}^{-1})t]$$

a. Determine la amplitud, el periodo, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda transversal. (1.5 puntos)

b. Represente la elongación de los puntos de la cuerda para un tramo de cuerda de al menos una longitud de onda en los instantes $t = 0.5$ ms y $t = 1$ ms. (0.5 puntos)

SOLUCIÓN

a.

$$A = 7.5 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$\omega = 250\pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}} \Longrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 125\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow T = \frac{1}{f} = 8 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}$$

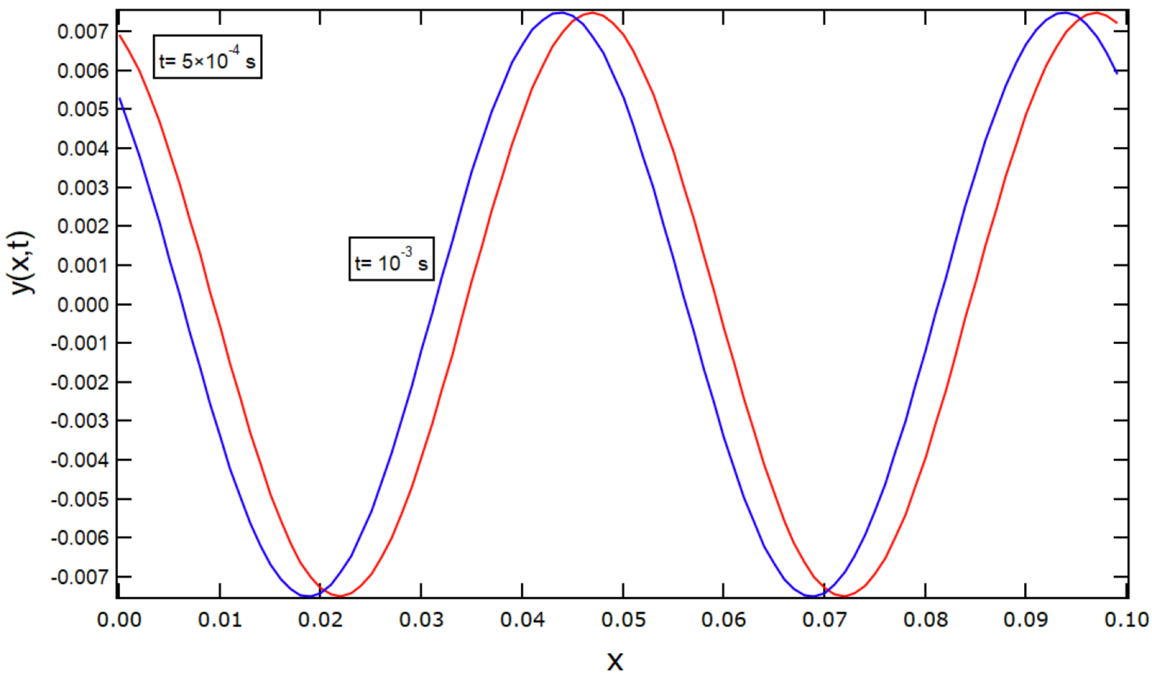
$$k = 40\pi\ \mathrm{rad \cdot m^{-1}} \Longrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 5 \times 10^{-2}\ \mathrm{m} = 5\ \mathrm{cm} \Longrightarrow v = \lambda f = 6.25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b.

$$\text{Para t} = 0\ \text{s:}\quad y(0,0) = 7.5 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$\text{Para t} = 0.5\ \text{ms:}\quad y(0, 5 \times 10^{-4}) = 6.9 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

$$\text{Para t} = 1\ \text{ms:}\quad y(0, 1 \times 10^{-3}) = 5.3 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$



---

6. Te encuentras situado a una distancia de 10 m de tu amiga Anuket y a 20 m de tu amigo Sinhué. Ambos emiten un sonido que se propaga en todas direcciones con sus silbatos y cuya frecuencia es de 850 Hz. La potencia emisora de los silbatos es de $4\pi \times 10^{-2}$ W (Sinhué) y $16\pi \times 10^{-2}$ W (Anuket). Calcula:
   a. Calcula las intensidades sonoras que percibes de cada uno de los silbatos. (1 punto)
   b. Determina el valor de la sonoridad debida a cada uno de los silbatos. (0.5 puntos)
   c. Si te acercas a 10 m de Sinhué alejándote a su vez 10 m de Anuket, ¿cómo cambian las intensidades sonoras? (0.5 puntos)

SOLUCIÓN

a.

$$I_{\text{Anuket}} = \frac{P_{\text{Anuket}}}{4\,\pi\,r_{\text{Anuket}}^2} = \frac{16\pi \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^2} \Longrightarrow I_{\text{Anuket}} = 4 \times 10^{-4}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I_{\text{Sinhué}} = \frac{P_{\text{Sinhué}}}{4\,\pi\,r_{\text{Sinhué}}^2} = \frac{4\pi \times 10^{-2}}{4\pi \times 20^2} \Longrightarrow I_{\text{Sinhué}} = 2.5 \times 10^{-5}\ \text{W m}^{-2}$$

b.

$$dB_{\text{Anuket}} = 10 \log \frac{I_{\text{Anuket}}}{I_0} = 10 \log \frac{4 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-12}} \Longrightarrow dB_{\text{Anuket}} = 86\ \text{dB}$$

$$dB_{\text{Sinhué}} = 10 \log \frac{I_{\text{Sinhué}}}{I_0} = 10 \log \frac{2.5 \times 10^{-5}}{1 \times 10^{-12}} \Longrightarrow dB_{\text{Sinhué}} = 74\ \text{dB}$$

c.

$$I_{\text{Anuket}} = \frac{P_{\text{Anuket}}}{4\,\pi\,r_{\text{Anuket}}^2} = \frac{16\pi \times 10^{-2}}{4\pi \times 20^2} = 1 \times 10^{-4}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I_{\text{Sinhué}} = \frac{P_{\text{Sinhué}}}{4\,\pi\,r_{\text{Sinhué}}^2} = \frac{4\pi \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^2} = 1 \times 10^{-4}\ \text{W m}^{-2} \Longrightarrow I_{\text{Anuket}} = I_{\text{Sinhué}}$$

---

7. Una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida se sitúa entre un objeto y una pantalla, formando sobre la pantalla una imagen real, invertida y de triple tamaño que el objeto. Sabiendo que la distancia entre el objeto y la pantalla es de 8 metros.

   a. Determine la distancia focal de la lente y la distancia del objeto a la lente. (1 punto)
   b. Indique el tipo de lente utilizada y realice el trazado de rayos correspondiente. (1 punto)

SOLUCIÓN

a. Imagen real, invertida y de triple tamaño que el objeto:

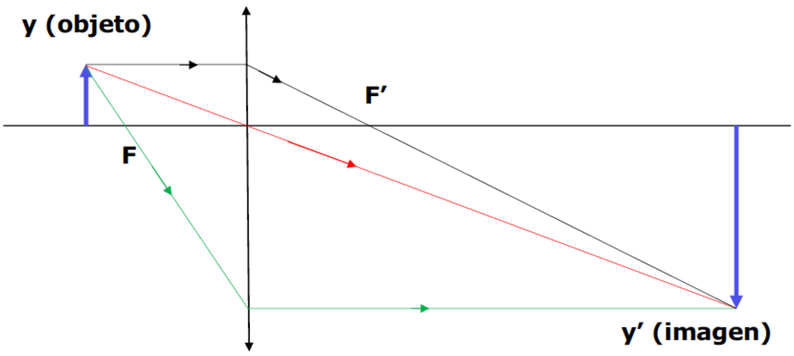
$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -3 \Rightarrow s' = -3\,s$$

Distancia entre objeto y pantalla 8 m, por tanto: -*s* + *s´* = 8 m; ya que s < 0 por convenio.

$$-4s = 8\text{ m} \Rightarrow s = -2\text{ m}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \;\Rightarrow\; \frac{1}{-3s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \;\Rightarrow\; \frac{-1-3}{3s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{-3s}{4} \Rightarrow f' = 1.5\text{ m}$$

b. *f´*> 0 => lente convergente.

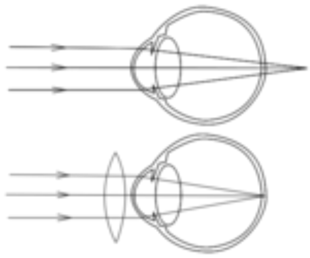


8. Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:

a. Describa en qué consiste la presbicia o vista cansada, justifique gráficamente cómo actúa el tipo de lente adecuado para la corrección de este defecto. (1 punto)
b. Teniendo en cuenta que la lente correcta debe formar una imagen en el punto próximo, determine la potencia y la distancia focal de la lente que debe utilizar una persona con presbicia si su punto próximo se encuentra situado a 1 m y quiere leer a una distancia de 0.25 m. Las distancias referidas se consideran respecto a la lente. (1 punto)

SOLUCIÓN

a. La presbicia es la pérdida gradual de la capacidad de los ojos para enfocar objetos cercanos. Cuando la visión es normal, se produce una imagen nítida en la retina (imagen superior). Si padeces presbicia, el cristalino no tiene flexibilidad y no se ajusta para enfocar la luz correctamente; por lo tanto, el punto de enfoque queda detrás de la retina (imagen inferior). Esto provoca que los objetos que se encuentran a poca distancia se vean borrosos. Se corrige con lentes convergentes que suplen esa falta de curvatura debida a la pérdida de flexibilidad del cristalino.



b. $s' = 1$ m $\qquad s = -0.5$ m

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{-1} - \frac{1}{-0.25} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{1}{3} \text{ m}$$

$$P = \frac{1}{f'} \Rightarrow P = 3 \text{ dioptrías}$$

9. a. El periodo de semidesintegración de un átomo de uranio es de 4500 millones de años y el del isótopo ^{51}Cr de 27 días.

   a. Determine la vida media de un átomo de uranio. (1 punto)
   b. Si tenemos un mol de átomos de ^{51}Cr, ¿cuántos átomos quedarán transcurridos 5 meses? (1 punto)

SOLUCIÓN

a.

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{4.5\times 10^9 \times 365 \times 86400}{0.693} \implies \tau = 2.05\times 10^{17}\ \mathrm{s} \cong 6.5\times 10^9 \text{ años}$$

b.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{27\times 86400} = 2.97\times 10^{-7}\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = 6.022\times 10^{23} \times e^{-(2.97\times 10^{-7}\times 5\times 30\times 86400)} \Longrightarrow N = 1.29\times 10^{22} \text{ átomos}$$

---

10. Supongamos que se desintegra completamente 1 kg de materia. Calcule:

   a. La energía producida en el proceso de desintegración. (1 punto)
   b. El momento lineal del cuerpo cuando se mueve a la mitad de la velocidad de la luz. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.

$$E = m\cdot c^2 = 1\times (3\times 10^8)^2 \Longrightarrow E = 9\times 10^{16}\ \mathrm{J}$$

b.

$$v = \frac{c}{2} = 1.5\times 10^8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} \Longrightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$p = mv = \gamma m_0 v = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 1 \times 1.5\times 10^8 \Longrightarrow p = 1.7\times 10^8\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$