



## MATEMÁTICAS I

Escoge cuatro de los seis ejercicios propuestos.

### 1 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Sea  $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ -1 & 2 & \lambda \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  donde  $\lambda$  es un número real.

- Halla los valores de  $\lambda$  para los cuales  $A$  no tiene inversa.
- Calcula el valor de  $b \in \mathbb{R}$  para el que la matriz  $bA$  tiene determinante 1.

### 2 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Dado el sistema  $\begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 0 & 1-a & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

- Determina para que valores de  $a$  el conjunto solución son los puntos de una recta.
- Halla un valor de  $a$  para el que se pueda construir un cuadrado de área 1 de modo que sus vértices sean soluciones del sistema. Razona las respuestas.

### 3 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Determina las medidas de los lados de un rectángulo de área 1, de modo que la suma de las longitudes de tres de sus lados sea mínima.

### 4 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Sea  $y = x^2 + 2x + 2$

Halla el área limitada por la curva, la recta tangente en el punto donde la función tiene un extremo y la tangente a la curva con pendiente 6.

### 5 (puntuación máxima 2.5 puntos)

Los puntos  $P(0,1,0)$  y  $Q(-1,1,1)$  son dos vértices de un triángulo y el tercero  $S$  pertenece a la recta  $r : \begin{cases} x = 4 \\ z = 1 \end{cases}$

La recta que contiene a  $P$  y a  $S$  es perpendicular a la recta  $r$

- Determina las coordenadas de  $S$ .
- Calcula el área del triángulo  $PQS$ .

### 6 (puntuación máxima 2.5 puntos)

- Enuncia el teorema de Bayes.
- En una bolsa hay  $n$  bolas blancas y  $m$  negras. Si hubiese una bola blanca más, la probabilidad de extraer al azar una bola blanca sería  $\frac{3}{7}$  y si hubiese una bola negra menos, la probabilidad de extraer al azar una bola blanca sería  $\frac{2}{5}$ . Calcula  $n$  y  $m$ .