FÍSICA

Opción A

1. El planeta Marte dista del Sol $2{,}28\cdot10^{11}$ m , mientras que la Tierra dista $1{,}5\cdot10^{11}$ m. Considerando para ambos planetas órbitas circulares:
   a. ¿Cuántos años terrestres transcurren en un periodo orbital de Marte? (0,75 puntos)
   b. Determine la masa del Sol (0,75 puntos)

Datos: 1 año terrestre = 365,25 días, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}\,\mathrm{Nm^2Kg^{-2}}$

Solución:

Considerando que la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce el Sol sobre el planeta correspondiente es igual al producto de la masa del planeta por la aceleración normal que tiene:

$$\frac{m\cdot v^2}{R} = G\cdot\frac{M\cdot m}{R^2}$$

Simplificando y teniendo en cuenta la relación entre la velocidad lineal y la angular, así como la relación de ésta última con el periodo:

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = G\cdot\frac{M}{R^2}$$

Despejando ambos periodos:

$$T_{Tierra}^2 = \frac{4\pi^2 R_T^3}{G\cdot M_{Sol}}$$

$$T_{Marte}^2 = \frac{4\pi^2 R_M^3}{G\cdot M_{Sol}}$$

Dividiendo ambas expresiones y extrayendo la raíz cuadrada:

$$\frac{T_M}{T_T} = \sqrt{\frac{R_M^3}{R_T^3}}$$

Teniendo en cuenta que el periodo orbital de la Tierra es de un año:

$$T_M = \sqrt{\frac{(2{,}28\cdot10^{11})^3}{(1{,}5\cdot10^{11})^3}}\cdot 1\ año = 1{,}87\ años$$

Para calcular la masa solar en cualquiera de las dos fórmulas de los periodos:

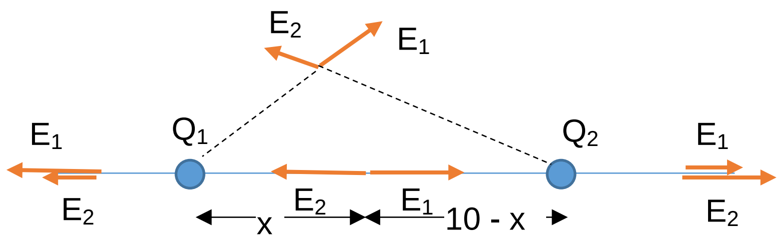
$$M_{Sol} = \frac{4\pi^2 R_T^3}{G\cdot T_{Tierra}^2} = \frac{4\pi^2(1{,}5\cdot10^{11})^3}{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot(365{,}25\cdot86400)^2} = 2\cdot10^{30}kg$$

2. Discuta en qué punto la intensidad de campo eléctrico creado por dos cargas de 3 y 5 nC que distan entre si 10 cm se anula y calcule su posición (1,5 puntos)
   ¿Cuánto vale el potencial en ese punto? (1,5 puntos)

Dato: $K=9\cdot10^9\ Nm^2/C^2$

Solución:

a. La intensidad de los campos creada por cada una de las cargas debe tener el mismo módulo, la misma dirección y sentido contrario a la creada por la otra carga. Eso significa que solamente en el segmento que une ambas cargas puntuales pueden anularse dichas intensidades, como puede



verse en la figura.

Los vectores solamente se pueden anular en el segmento que une ambas cargas y el punto donde sus módulos son iguales:

$$\vec{E_1} + \vec{E_2} = \vec{0}$$
$$E_1 = E_2$$
$$K\cdot\frac{Q_1}{x^2} = K\cdot\frac{Q_2}{(10-x)^2}$$
$$K\cdot\frac{3\cdot10^{-9}}{x^2} = K\cdot\frac{5\cdot10^{-9}}{(10-x)^2}$$

Simplificando y operando llegamos a la ecuación de segundo grado:

$$3\cdot(10-x)^2 = 5x^2$$

$$300 + 3x^2 - 60x = 5x^2$$

$$2x^2 + 60x - 300 = 0$$

$$x = \frac{-60 \pm\sqrt{60^2+4\cdot2\cdot300}}{4} = 4{,}36\ cm = 4{,}36\ 10^{-2}m$$

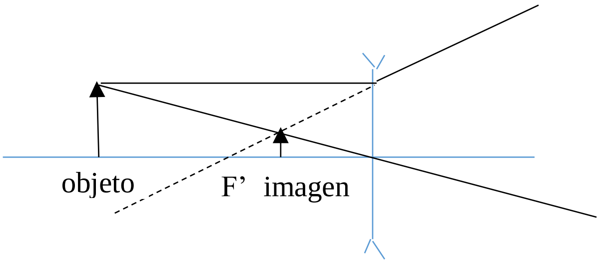
La solución negativa x = - 34,36 cm no se toma por carecer de sentido físico.

b. El potencial en el punto indicado se calcula:

$$V = V_1 + V_2 = K\cdot\frac{Q_1}{x} + K\cdot\frac{Q_2}{10-x}$$
$$V = 9\cdot10^9\frac{Nm^2}{C^2}\left(\frac{3\cdot10^{-9}C}{4{,}36\cdot10^{-2}m} + \frac{5\cdot10^{-9}C}{5{,}64\cdot10^{-2}m}\right) = 1417\ V$$

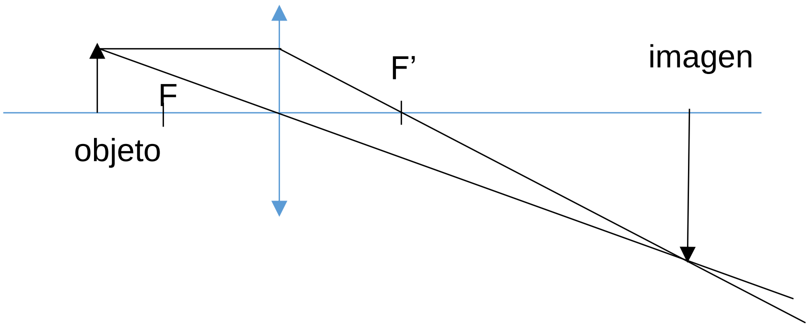
3. Indique si son verdaderas o falsas, razonando las respuestas y utilizando el trazado de rayos, las siguientes afirmaciones relacionadas con las lentes:
    a. Una lente divergente no puede formar una imagen real de un objeto real. (1 punto)
    b. Una lente convergente puede formar una imagen real de un objeto real. (1 punto)
    c. Una lupa produce imágenes virtuales mayores que el objeto. (1 punto)
    d. El objetivo de una cámara fotográfica puede ser una lente divergente. (0,5 punto)

Criterios de corrección y calificación:

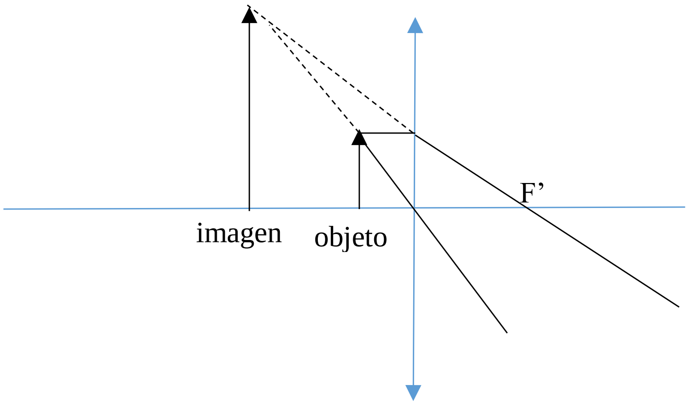


La imagen es siempre virtual sea cual sea la posición del objeto

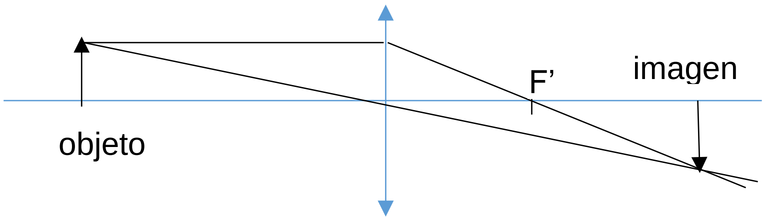
Cuando el objeto está a mayor distancia de la lente que el foco



Cuando el objeto está entre el foco y la lente.



Nunca, la imagen debe formarse sobre el sensor en el interior de la cámara.



4. Una muestra radiactiva tiene una actividad de 200 Bq en el momento de su obtención. Al cabo de 30 minutos su actividad es de 150 Bq. Calcule:
   a. Valor de la constante de desintegración radiactiva (0,5 puntos)
   b. Periodo de semi-desintegración (0,5 puntos)
   c. Número inicial de núcleos (0,5 puntos)
   d. Núcleos que quedan al cabo de 90 minutos (0,5 puntos)

Solución:

La actividad de una muestra es directamente proporcional al número de núcleos de la misma. Existe una relación que liga el número de núcleos en un tiempo dado con el número inicial de núcleos y la constante radiactiva.

$$A_0 = \lambda \cdot N_0$$
$$A = \lambda \cdot N$$
$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Sustituyendo con los valores del enunciado:

$$200 = \lambda \cdot N_0$$
$$150 = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1800}$$

Dividiendo ambas ecuaciones:

$$e^{-\lambda \cdot 1800} = 0{,}75$$

Despejando:

$$\lambda = \frac{\ln 0{,}75}{-1800} = 1{,}60 \cdot 10^{-4} s^{-1}$$

Teniendo en cuenta que el periodo de semidesintegración es el tiempo que tarda en reducirse el número de núcleos a la mitad se puede deducir que su valor viene dado por:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 4{,}34 \cdot 10^3 s$$

El número inicial de núcleos se calcula conocida la actividad inicial y la constante de desintegración radiactiva:

$$N_0 = \frac{200}{1.60 \cdot 10^{-4}} = 1{,}25 \cdot 10^6 \, núcleos$$

El número de núcleos al cabo de un cierto tiempo viene dado por:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1{,}25 \cdot 10^6 \cdot e^{-1{,}60 \cdot 10^{-4} \cdot 5400} = 5{,}27 \cdot 10^5 \, núcleos$$

Opción B

1. En el punto A (2,0) se sitúa una masa de 2 kg y en el punto B (5,0) se coloca otra masa de 4 kg. Las longitudes se miden en m. Calcula:
   a. El potencial del campo gravitatorio en el origen de coordenadas y en el punto (2,4) (0,5 puntos)
   b. Si se sitúa una masa de 1 kg en el origen de coordenadas ¿Qué fuerza resultante actúa sobre ella? (0,5 puntos)
   c. ¿Puede indicar el valor del trabajo realizado para llevar esa masa desde el origen de coordenadas hasta fuera del campo? (0,5 puntos)

Datos: G = $6{,}67 \cdot 10^{-11} Nm^2Kg^{-2}$

Solución:

a) El potencial en el origen debido a la primera masa será:

$$V_A = -G \cdot \frac{m_A}{x_A} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{2\,kg}{2\,m} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{J}{kg}$$
$$V_B = -G \cdot \frac{m_B}{x_B} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{4\,kg}{5\,m} = -5{,}34 \cdot 10^{-11} \frac{J}{kg}$$

Por lo que el potencial en el origen: $V_{(0,0)} = -1{,}20 \cdot 10^{-10} \frac{J}{kg}$

El potencial en el punto (2,4):

$$V'_A = -G \cdot \frac{m_A}{x'_A} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{2\,kg}{4\,m} = -3{,}34 \cdot 10^{-11} \frac{J}{kg}$$
$$V'_B = -G \cdot \frac{m_B}{x'_B} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{4\,kg}{5\,m} = -5{,}34 \cdot 10^{-11} \frac{J}{kg}$$

Por lo que el potencial en el punto (2,4): $V_{(2,4)} = -8{,}68 \cdot 10^{-11} \frac{J}{kg}$

b) Aplicamos el principio de superposición y la fuerza sobre la masa situada en ese punto será la suma de la realizada por la masa de 2 la de 4 kg, en (2,0) y en (5,0) respectivamente:

$$\vec{F}_A = G \cdot \frac{m_A \cdot m}{x_A^2} \cdot \vec{\imath} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{2\,kg \cdot 1kg}{4\,m^2} \cdot \vec{\imath} = 3{,}34 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{\imath}$$
$$\vec{F}_B = G \cdot \frac{m_B \cdot m}{x_B^2} \cdot \vec{\imath} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{4\,kg \cdot 1kg}{25\,m^2} \cdot \vec{\imath} = 1{,}07 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{\imath}$$

La fuerza total será pues:

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B = 3{,}34 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{\imath} + 1{,}07 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{\imath} = 4{,}41 \cdot 10^{-11} N \cdot \vec{\imath}$$

Como se puede ver la fuerza tiene la dirección del eje X y sentido hacia la parte positiva del mismo.

c) El trabajo realizado para llevar 1 kg desde (0,0) fuera del campo viene dado por:

$$W = m \cdot V_{(0,0)} = 1 \cdot (-1{,}20) \cdot 10^{-10} = -1{,}20 \cdot 10^{-10} J$$

2. Una bobina está formada por 100 espiras de superficie unitaria 20 cm^2.El eje de dicha bobina coincide inicialmente con el eje X y gira con una frecuencia de 50 Hz en el plano XY. Si la bobina se encuentra en el seno de un campo magnético $\vec{B} = 5\vec{\imath}\,T$, indique:
   a. El flujo del campo magnético a través de la bobina en el instante en que éste es máximo, y la posición relativa de la bobina con respecto al campo magnético en dicho instante. (1 punto)
   b. Escriba la ecuación de la fuerza electromotriz en función del tiempo. (1 punto)
   c. Determine el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida. (1 punto)

Solución:

a) Dado que el eje de la bobina coincide con la de $\vec{B}$ la fase inicial se puede tomar como 0 o como π. Ambas consideraciones se aceptan como correctas.

$$\Phi = NBScos(\omega t)$$

$$\Phi_{max} = NBS = 100 \cdot 5\,T \cdot 2 \cdot 10^{-3} m^2 = 1\,Wb$$

El eje de la bobina debe ser paralelo a la dirección de B.

b) La fuerza electromotriz inducida es la derivada del flujo cambiada de signo:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\big(NBScos(\omega t)\big)}{dt} = NBS\omega \cdot sen(\omega t) = 100\pi \cdot sen(100\pi t)$$

c) El valor máximo de la fuerza electromotriz inducida:

$$\varepsilon_{max} = NBS\omega = 100 \cdot 5T \cdot 2 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot 2\pi \cdot 50Hz = 100\,\pi\,V = 314\,V$$

3. Se necesita proyectar una diapositiva de 2 cm de altura sobre una pantalla situada a 3 m de la misma, de forma que la imagen sea invertida y de 50 cm de altura. Calcule:
   a. Distancia del objeto a la lente del proyector (1 punto)
   b. Potencia de la lente del proyector. (1 punto)
   c. Haga un esquema de la formación de la imagen mediante un trazado de rayos. (1,5 puntos)

Solución:
Se tendrá en cuenta que la distancia entre el objeto, situado a la izquierda de la lente y la pantalla es de 3 metros. La distancia focal es f. Consideramos que la distancia de la lente al objeto es s.

Aumento de una lente delgada

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

Las distancias hacia la izquierda de la lente tienen valor negativo, al igual que las imágenes invertidas:

$$\frac{-50}{2} = \frac{300 + s}{s}$$

Donde se puede deducir:

$$600 + 2s = -50s$$

$$s = \frac{600}{-52}\ cm = -11{,}54\ cm$$

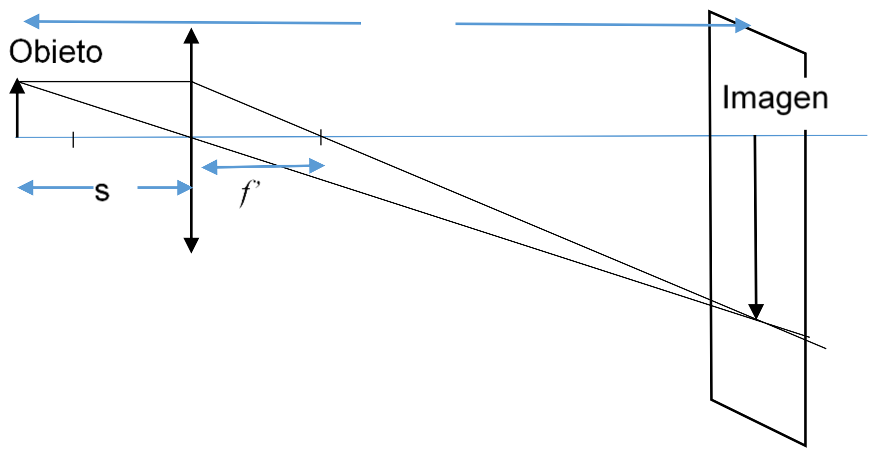
Para calcular el valor de f aplicamos la ecuación:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Los valores a sustituir serán, s = – 11,54 cm, s’ = 300 – |s| = 288,46 cm.

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{288{,}46} - \frac{1}{-11{,}54} = 0{,}0035 + 0{,}087 = 0{,}09\ cm^{-1} = 9\ m^{-1}$$

Por lo que la potencia de la lente dada en dioptrías será: + 9 dioptrías.



4. El efecto fotoeléctrico se produce en un determinado metal para una longitud de onda máxima de 710 nm.
   a. Explique en qué consiste el efecto fotoeléctrico (0,5 puntos)
   b. Calcule el trabajo de extracción (0,5 puntos)
   c. Determine el potencial de frenado de los electrones emitidos y su energía cinética máxima si se utiliza una radiación de longitud de onda 500 nm (0,5 puntos)
   d. ¿Qué tipo de gráfica se obtiene si se representa la energía cinética máxima frente a la frecuencia de luz con que se ilumina el metal? Razónelo. (0,5 puntos)

Datos: $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s; $c = 3\cdot10^{8}$ m/s; $q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C

Criterios de corrección y calificación:

a) Se puede definir como la emisión de electrones por parte de un material cuando incide sobre él una radiación electromagnética.

b) En primer lugar se puede calcular el valor de la frecuencia umbral:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3\cdot10^8}{7{,}1\cdot10^{-7}} = 4{,}23\cdot10^{14}\ Hz$$

A continuación, el trabajo de extracción:

$$W_0 = h\cdot f_0 = 6{,}63\cdot10^{-34}\cdot4{,}23\cdot10^{14} = 2{,}8\cdot10^{-19}\ J$$

c) Para la nueva longitud de onda se determina, en primer lugar, la frecuencia:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\cdot10^8}{5\cdot10^{-7}} = 6\cdot10^{14}\ Hz$$

La energía cinética máxima de los electrones emitidos viene dada por:

$$E_{cmax} = hf - hf_0 = 6{,}63\cdot10^{-34}(6\cdot10^{14} - 4{,}23\cdot10^{14})\ J = 1{,}2\cdot10^{-19}\ J$$

El potencial de frenado se puede calcular a partir de:

$$V\cdot e = h\cdot f - h\cdot f_0 = 1{,}2\cdot10^{-19}\ J$$

Por lo que el valor de V:

$$V = \frac{1{,}2\cdot10^{-19}\ J}{-1{,}6\cdot10^{-19}C} = -0{,}75\ V$$

d) Representando gráficamente la energía cinética máxima frente a la frecuencia se obtendrá una línea recta que corta al eje de las frecuencias en f_0 cuya pendiente será h.