



FÍSICA

1. Suponiendo que la masa de una persona es de 75 kg y que la distancia de la Tierra a la Luna es $D_{T-L} = 3.84 \times 10^5$ km, calcule:
- La fuerza gravitatoria que ejerce la Luna sobre una persona situada sobre la superficie terrestre. (1 punto)
 - La relación entre dicha fuerza y la ejercida por la Tierra sobre la misma persona. (0.5 puntos)
 - Compare los valores de la velocidad de escape en las superficies de la Tierra y de la Luna. (1 punto)

Datos: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_L = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$; $R_L = 1740 \text{ km}$; $R_T = 6370 \text{ km}$; $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

SOLUCIÓN

a.

$$F_L = \frac{GM_L m}{(D_{T-L} - R_T)^2} \Rightarrow F_L = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 7.35 \times 10^{22} \times 75}{(3.84 \times 10^8 - 6.37 \times 10^6)^2} \Rightarrow F_L = 2.57 \times 10^{-3} \text{ N}$$

b.

$$F_T = \frac{GM_T m}{R_T^2} = 735 \text{ N} \Rightarrow \frac{F_L}{F_T} = 3.5 \times 10^{-6}$$

c.

$$\frac{1}{2} m v_{\text{escape-T}}^2 - \frac{GM_T m}{R_T} = 0 \Rightarrow v_{\text{escape-T}}^2 = \frac{2GM_T}{R_T} \Rightarrow v_{\text{escape-T}} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$\frac{1}{2} m v_{\text{escape-L}}^2 - \frac{GM_L m}{R_L} = 0 \Rightarrow v_{\text{escape-L}}^2 = \frac{2GM_L}{R_L} \Rightarrow v_{\text{escape-L}} = \sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}}$$

$$\frac{v_{\text{escape-L}}}{v_{\text{escape-T}}} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_L}{R_L}}}{\sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}} = \sqrt{\frac{M_L R_T}{M_T R_L}} = \sqrt{\frac{7.35 \times 10^{22} \times 6.37 \times 10^6}{5.98 \times 10^{24} \times 1.74 \times 10^6}}$$

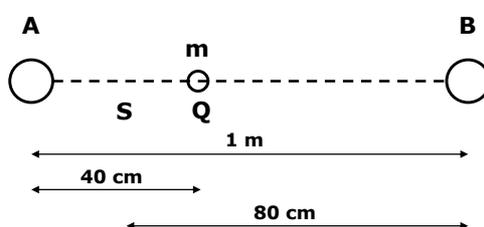
$$\frac{v_{\text{escape-L}}}{v_{\text{escape-T}}} = 0.212$$



2. Dos esferas A y B, con masas respectivas $m_A = 5 \text{ kg}$ y $m_B = 10 \text{ kg}$, se encuentran en reposo a una distancia entre sus centros de 1 m. Una pequeña bola, de masa $m = 100 \text{ g}$, se deja en reposo en un punto Q del segmento que une A con B y a una distancia de 40 cm del centro de A. Asuma que las únicas fuerzas que actúan sobre la bola son las fuerzas gravitatorias debidas a las esferas A y B. Calcule:
- La intensidad de campo gravitatorio en el punto Q en que se sitúa inicialmente la bola. (1 punto)
 - El trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando la bola se haya desplazado hasta el punto S del mismo segmento y que dista 80 cm del centro de la esfera B. Razone si este desplazamiento de la bola será espontáneo. (1 punto)
 - Busque el punto de equilibrio entre ambas esferas para la pequeña bola de masa m . (0.5 puntos)

Datos: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

SOLUCIÓN



- a. Consideramos que las tres masas se encuentran a lo largo del eje X y como sentido positivo el que va del punto A al B:

$$g_{AQ} = \frac{Gm_A}{d_{AQ}^2} \quad g_{BQ} = \frac{Gm_B}{d_{BQ}^2} \Rightarrow \vec{g}_Q = \vec{g}_{AQ} + \vec{g}_{BQ} \Rightarrow g_Q = G \left(-\frac{m_A}{d_{AQ}^2} + \frac{m_B}{d_{BQ}^2} \right)$$

$$g_Q = 6.67 \times 10^{-11} \times \left(-\frac{5}{0.4^2} + \frac{10}{0.6^2} \right) = -2.32 \times 10^{-10} \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ (en sentido hacia A)}$$

- b.

$$W_{Q \rightarrow S} = -\Delta E_P = E_{PQ} - E_{PS}$$

$$E_{PQ} = -Gm \left(\frac{m_A}{d_{AQ}} + \frac{m_B}{d_{BQ}} \right) \quad E_{PS} = -Gm \left(\frac{m_A}{d_{AS}} + \frac{m_B}{d_{BS}} \right) \Rightarrow W_{Q \rightarrow S} = Gm \left(\frac{m_A}{d_{AS}} + \frac{m_B}{d_{BS}} - \frac{m_A}{d_{AQ}} - \frac{m_B}{d_{BQ}} \right)$$

$$W_{Q \rightarrow S} = 6.67 \times 10^{-11} \times 0.1 \times 8.33 = 5.6 \times 10^{-11} \text{ J}$$

El trabajo es positivo, luego la bola se desplaza de manera espontánea bajo la acción de la fuerza del campo gravitatorio.

- c. Supongamos que el punto de equilibrio es un punto P, y d_{AP} la distancia entre la esfera A y el punto P:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_A + \vec{F}_B = 0 \Rightarrow \frac{-Gm m_A}{d_{AP}^2} + \frac{Gm m_B}{(1 - d_{AP})^2} = 0 \Rightarrow d_{AP} = \frac{1}{\left(1 + \sqrt{m_B/m_A} \right)}$$

$$d_{AP} = 0.414 \text{ m}$$



3. Dos cargas puntuales con cargas $q_1 = +10 \mu\text{C}$ y $q_2 = -40 \mu\text{C}$ se disponen en el vacío en posiciones fijas separadas 1 m una de otra. Determinar:
- Un punto A donde se anule el campo eléctrico. (1 punto)
 - Un punto B donde sea nulo el potencial eléctrico. (0.75 puntos)
 - El trabajo para trasladar un protón desde el punto A al punto B. (0.75 puntos)

$$\text{Datos: } K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}; |q_e| = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}; m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

SOLUCIÓN

- a. Si suponemos que la carga q_2 está a la derecha de la carga q_1 , el campo eléctrico se anulara en algún punto A situado a la izquierda de la carga q_1 .

$$E_{1A} + E_{2A} = 0 \Rightarrow K \frac{q_1}{d_A^2} + K \frac{q_2}{(d_A + 1)^2} = 0 \Rightarrow \frac{q_1}{d_A^2} = -\frac{q_2}{(d_A + 1)^2}$$

$$q_1(d_A + 1)^2 = -q_2 d_A^2 \Rightarrow 1(d_A + 1)^2 = 4d_A^2 \Rightarrow d_A + 1 = 2d_A \Rightarrow d_A = 1 \text{ m}$$

-
- b. El potencial eléctrico se anulará en un punto situado a la izquierda de la carga q_1 , y en otro punto situado entre ambas cargas:

$$V_{1B} + V_{2B} = 0 \Rightarrow K \frac{q_1}{d_B} + K \frac{q_2}{d_B + 1} = 0 \Rightarrow \frac{q_1}{d_B} = -\frac{q_2}{d_B + 1}$$

$$q_1(d_B + 1) = -q_2 d_B \Rightarrow 1(d_B + 1) = 4d_B \Rightarrow 3d_B = 1 \Rightarrow d_B = 0.33 \text{ m}$$

$$V_{1B} + V_{2B} = 0 \Rightarrow K \frac{q_1}{d_B} + K \frac{q_2}{1 - d_B} = 0 \Rightarrow \frac{q_1}{d_B} = -\frac{q_2}{1 - d_B}$$

$$q_1(1 - d_B) = -q_2 d_B \Rightarrow 1(1 - d_B) = 4d_B \Rightarrow 5d_B = 1 \Rightarrow d_B = 0.2 \text{ m}$$

c.

$$E_{PA} = q_p(V_{A1} + V_{A2}) = Kq_p \left(\frac{q_1}{d_{A1}} + \frac{q_2}{d_{A2}} \right) = 9 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{-5} \times \left(1 - \frac{4}{2} \right)$$

$$E_{PA} = -1.44 \times 10^{-14} \text{ J}$$

$$E_{PB} = q_p(V_{B1} + V_{B2}) = 0$$

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_P = E_{PA} - E_{PB} \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = -1.44 \times 10^{-14} \text{ J}$$

$W < 0$, luego se debe realizar trabajo externo para trasladar al protón del punto A al punto B.

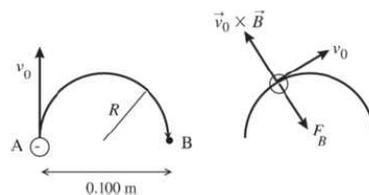


4. Un electrón se mueve con velocidad constante $v_0 = 1.41 \times 10^6$ m/s a lo largo del eje +y. Calcule:
- El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético que habría que aplicar para que el electrón describiera una trayectoria circular de diámetro 10 cm en sentido horario. (1 punto)
 - El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre el electrón. (0.75 puntos)
 - Calcule el radio de la trayectoria y el sentido de giro de un protón bajo la acción del mismo campo magnético. (0.75 puntos)

Datos: $|q_e| = 1.6 \times 10^{-19}$ C; $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg; $m_p = 1.7 \times 10^{-27}$ kg

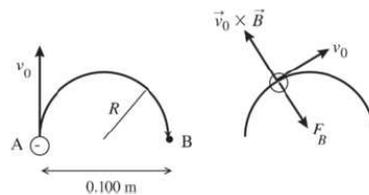
SOLUCIÓN

- a. El sentido del campo magnético debe ser a lo largo del eje +z.



$$F_M = F_C \Rightarrow |q_e|v_0B = m_e \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow B = \frac{m_e v_0}{|q_e|R} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.41 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.05} = 1.6 \times 10^{-4} \text{ T}$$

- b. Un electrón tiene carga negativa, luego el sentido de la fuerza es opuesto al del producto vectorial de la velocidad por el campo magnético.



$$F_M = |q_e|v_0B = 1.6 \times 10^{-19} \times 1.41 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-4} = 3.6 \times 10^{-17} \text{ N}$$

- c. El sentido de giro del protón bajo la acción del mismo campo magnético será ahora antihorario puesto que la carga del protón es positiva y el sentido de la fuerza es el mismo que el del producto vectorial de la velocidad por el campo magnético.

$$B = \frac{m_p v_0}{|q_e|R} \Rightarrow R = \frac{m_p v_0}{|q_e|B} = \frac{1.7 \times 10^{-27} \times 1.41 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-4}} \Rightarrow R = 94 \text{ m}$$



5. Nos encontramos situados cerca de un pájaro que emite sonido con una potencia constante y lo consideramos como una fuente puntual. Si nos movemos a otra posición situada al doble de distancia respecto del pájaro:
- ¿Qué relación existe entre la intensidad de la onda sonora que percibimos en la posición inicial y la percibida en la posición final? (0.75 puntos)
 - ¿Cuántos decibelios decrece la intensidad sonora (sonoridad) al cambiar de posición? (0.75 puntos)

Energía de las ondas de radio:

- Determine la relación entre la energía de una onda de radio de una emisora FM que emite a 104 MHz con la de una emisora AM que emite a 160 kHz. (1 punto)

Dato: $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

SOLUCIÓN

a. (i) $P_1 = P_2 \quad I_1 S_1 = I_2 S_2 \quad I_1 \times 4 \pi r_1^2 = I_2 \times 4 \pi r_2^2$

Las ondas sonoras son ondas esféricas, luego:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{(2r_1)^2}{r_1^2} \Rightarrow I_1 = 4I_2$$

b.

$$dB_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \quad dB_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$$

$$dB_1 - dB_2 = 10 \times \left(\log \frac{I_1}{I_0} - \log \frac{I_2}{I_0} \right) = 10 \times \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \times \log 4 \Rightarrow dB_1 - dB_2 = 6.02 \text{ dB}$$

c. $E_1 = h \nu_1 \quad E_2 = h \nu_2$

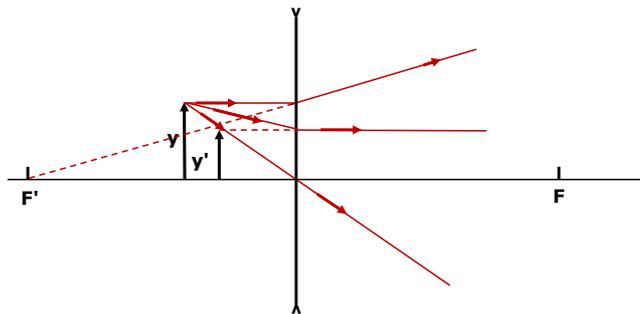
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{104 \times 10^6}{160 \times 10^3} \Rightarrow E_1 = 650 E_2$$



6. Un objeto de 7 cm de altura se coloca 10 cm a la izquierda de una lente delgada divergente de distancia focal 25 cm.
- Dibuje el diagrama de rayos principales mostrando la formación de la imagen. (1.5 puntos)
 - Determine: la posición, la orientación, el tamaño y la naturaleza de la imagen. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.



b.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{(-0.1)} = \frac{1}{(-0.25)} \Rightarrow \frac{1}{s'} = -14 \Rightarrow s' \cong -7 \text{ cm (imagen virtual)}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow y' = \frac{-1/14}{-1/10} y \Rightarrow y' = \frac{5}{7} y \quad (\text{Derecha})$$

$$y' = \frac{5}{7} y = \frac{5}{7} \times 7 \Rightarrow y' = 5 \text{ cm (Menor)}$$



7. Un electrón posee una energía cinética de 25 eV. Calcule:
- La longitud de onda asociada al electrón. (1 punto)
 - La longitud de onda de un fotón con la misma energía de 25 eV. (1 punto)
 - La longitud de onda de De Broglie asociada a una partícula de masa, $m = 0.005 \mu\text{g}$ con la misma velocidad que el electrón de los apartados anteriores (0.5 puntos)

Datos: $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $|q_e| = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

SOLUCIÓN

a.

$$E_C = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_C}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 25 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 2.96 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 2.96 \times 10^6} \Rightarrow \lambda_e = 2.46 \times 10^{-10} \text{ m}$$

b.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{25 \times 1.6 \times 10^{-19}} \Rightarrow \lambda = 4.97 \times 10^{-8} \text{ m}$$

c.

$$\lambda_{\text{particula}} = \frac{h}{m_{\text{particula}} v} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{5 \times 10^{-12} \times 2.96 \times 10^6} \Rightarrow \lambda_{\text{particula}} = 4.48 \times 10^{-29} \text{ m}$$

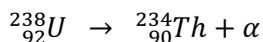


8. El isótopo más común del uranio ($Z = 92$) es el ^{238}U , tiene un periodo de semidesintegración de 4.47×10^9 años y decae a ^{234}Th mediante emisión de una partícula alfa.
- Escriba la reacción de decaimiento prevista para el ^{238}U señalando el número atómico del Torio. (1 punto)
 - Calcule la constante de desintegración radiactiva. (1 punto)
 - Determine el tiempo que debe transcurrir para que la actividad de una muestra de un mineral que contiene ^{238}U se reduzca a la mitad. (0.5 puntos)

$$\text{Dato: } N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ átomos} \cdot \text{mol}^{-1}$$

SOLUCIÓN

- a. La reacción será:



-
- b. Es conveniente en primer lugar convertir el período de semidesintegración a segundos y luego calcular la constante de desintegración, λ :

$$T_{1/2} = 4.47 \times 10^9 \times 365 \times 86400 = 1.41 \times 10^{17} \text{ s} \Rightarrow \lambda = \frac{\text{Ln}2}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{1.41 \times 10^{17}}$$

$$\lambda = 4.91 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

-
- c. La actividad final, A , es la mitad de la inicial, A_0 , por tanto:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = \frac{A_0}{2} \Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{\lambda t} = 2 \Rightarrow \lambda t = \text{Ln}2 \Rightarrow t = \frac{\text{Ln}2}{\lambda} = T_{1/2} = 1.41 \times 10^{17} \text{ s}$$