MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Los ejercicios se han resuelto utilizando los métodos más habituales. No obstante, cualquier otro método debidamente razonado y justificado será admitido como válido.

1A. Un bar realiza todas las semanas un pedido de cerveza y vino a uno de sus dos proveedores. El proveedor A le vende la cerveza a un euro el litro y el vino a dos euros el litro. El proveedor B le vende la cerveza al mismo precio que el A, pero el litro de vino se lo vende a m euros. Si realiza el pedido semanal al proveedor A paga 1000 euros, mientras que si lo realiza al proveedor B paga $500m$ euros.

a) **[0,5 puntos]** Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean los litros de cerveza y vino, respectivamente, comprados cada semana.

b) **[2 puntos]** ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir, ¿es siempre única? ¿Es posible que el precio del litro de vino en el proveedor B sea también de dos euros? En caso afirmativo, ¿cuánto vino compra por semana, si el pedido semanal de cerveza es de 400 litros? Determina la cantidad de cerveza y vino comprada semanalmente en cualquier otro caso, es decir, cuando el precio del litro de vino en el proveedor B no sea de dos euros.

Solución:

a) Si representamos por x e y los litros de cerveza y vino, respectivamente, en el pedido semanal, las condiciones impuestas llevan a formar el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+2y & = & 1000 \\ x+my & = & 500m \end{array}\right.$$

b) La discusión de este sistema se puede hacer, por ejemplo, por uno de los dos métodos considerados a continuación.

- **Gauss**.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1000 \\ 1 & m & 500m \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1000 \\ 0 & m-2 & 500m-1000 \end{array}\right)$$

  Como $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$ se tiene que:
  - Si $m=2$, la última fila es $(0 \quad 0\,|\,0)$, con lo que el sistema es compatible indeterminado.
  - En otro caso, el sistema es compatible y determinado.

- **Rouché-Fröbenius**. Como

$$|A| = \left|\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 1 & m \end{array}\right| = m-2=0 \Longleftrightarrow m=2$$

  se tiene que:
  - Para $m=2$, como

$$\left|\begin{array}{cc} 1 & 1000 \\ 1 & 1000 \end{array}\right| = \left|\begin{array}{cc} 1000 & 2 \\ 1000 & 2 \end{array}\right| = 0 \Longrightarrow ran(A') = 1 \neq ran(A) = 1,$$

    y tenemos dos incógnitas, concluimos que el sistema es compatible indeterminado.
  - Para $m \neq 2$, el sistema es compatible y determinado, puesto que $ran(A)=2$ y por tanto $ran(A) = ran(A') =$ nº incógnitas.

Así pues, la compatibilidad de este sistema quedaría resumida en el siguiente cuadro:

$m = 2$	*S.C.I.*
$m \neq 2$	*S.C.D.*

Por lo tanto, el sistema tiene solución para cualquier valor de m y es única si $m \neq 2$.
Si $m = 2$ el sistema tiene infinitas soluciones, puesto que se reduce a la ecuación $x + 2y = 1000$. Pero como nos dicen que se compran 400 litros de cerveza, sabemos entonces que se compran 300 litros de vino, puesto que $y = (1000 - x)/2 = (1000 - 400)/2 = 300$.
En cualquier otro caso, si $m \neq 2$, la resolución del sistema, tomando como punto de partida los métodos usados anteriormente en el estudio de la compatibilidad, se haría como sigue:

- **Método de Gauss**. Continuando con lo obtenido anteriormente y teniendo en cuenta que se supone que $m \neq 2$, se tiene que:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1000 \\ 0 & m-2 & 500m-1000 \end{array}\right) \longrightarrow \left\{\begin{array}{ccccc} x & + & 2y & = & 1000 \\ & & (m-2)y & = & 500m-1000 \end{array}\right.$$

  Resolviendo este sistema escalonado:

$$\left\{\begin{array}{l} y = (500m-1000)/(m-2) = 500(m-2)/(m-2) = 500 \\ x = 1000 - 2y = 0 \end{array}\right.$$

- **Método de Cramer**. Como ya vimos en el apartado anterior, $|A| = m - 2 \neq 0$, puesto que $m \neq 2$.
  Por otro lado se tiene que

$$|A_x| = \begin{vmatrix} 1000 & 2 \\ 500m & m \end{vmatrix} = 0, \qquad |A_y| = \begin{vmatrix} 1 & 1000 \\ 1 & 500m \end{vmatrix} = 500m - 1000 = 500(m-2).$$

  Por tanto, la solución es:

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{0}{m-2} = 0, \qquad y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{500(m-2)}{m-2} = 500.$$

Con lo cual si el precio del litro de vino en el proveedor B no es de 2 euros, se compran 500 litros de vino y ninguno de cerveza.

1B. Las cantidades mínimas diarias recomendadas que debe ingerir una determinada mascota son: 6 unidades de hidratos de carbono, 18 unidades de proteínas y 4 unidades de grasas. Una empresa dedicada al cuidado de este tipo de mascotas plantea diseñar una dieta para las mismas basada en el consumo de latas de dos marcas distintas M_1 y M_2. Se sabe que cada lata de la marca M_1 contiene 3 unidades de hidratos de carbono, 3 unidades de proteínas y 1 unidad de grasas y que cada lata de la marca M_2 contiene 1 unidad de hidratos de carbono, 9 unidades de proteínas y 1 unidad de grasas. Además se sabe que el precio de cada lata de la marca M_1 es de 22 euros y que el precio de cada lata de la marca M_2 es de 24 euros.

a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántas latas de cada tipo se puede dar en un día a la mascota para cumplir todos los requisitos anteriores relativos a su dieta? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se le podría dar una lata de la marca M_1 y dos latas de la marca M_2?

b) **[0,75 puntos]** ¿Cuántas latas de cada tipo se debería dar en un día a la mascota para que el precio de su alimentación sea mínimo? ¿y para minimizar el número de latas de tipo M_1 que come ese día?

Solución:

a) Si representamos por x e y el número de latas de la marca M_1 y de la marca M_2, respectivamente, que come en un día, las condiciones impuestas llevan a formar el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+y & \geq & 6 \\ 3x+9y & \geq & 18 \\ x+y & \geq & 4 \\ x,y & \geq & 0 \end{array}\right.$$

Los puntos que cumplen todas estas restricciones son todos los pares de números enteros dentro del recinto rayado en la figura 1. Los extremos de dicho recinto son los puntos $A=(6,0)$, $B=(3,1)$, $C=(1,3)$ y $D=(0,6)$.

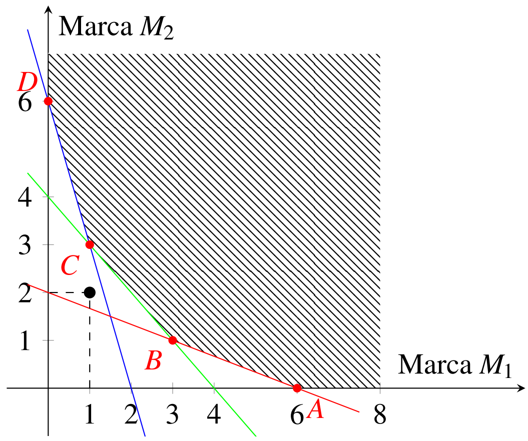

Figura 1: Región factible.

No se le podría dar dos latas de la marca M_2 y una de la marca M_1, puesto que el punto $(1,2)$ no pertenece a la región factible (por ejemplo $3x+y=3(1)+2=5<6$).

b) El precio de la alimentación diaria es $z_1(x,y)=22x+24y$. Así, queremos minimizar la función objetivo z_1 sujeta a las restricciones anteriores. Puesto que:

$$\begin{array}{l} z_1(A)=132 \text{ euros} \\ z_1(B)=90 \text{ euros} \\ z_1(C)=94 \text{ euros} \\ z_1(D)=144 \text{ euros} \end{array}$$

se tiene que el precio mínimo se alcanza si la dieta consta de 3 latas de la marca M_1 y 1 lata de la marca M_2. Si lo que se busca es minimizar el número de latas de tipo M_1 que come, entonces la función objetivo es $z_2(x,y)=x$. Como

$$\begin{array}{l} z_2(A)=6 \\ z_2(B)=3 \\ z_2(C)=1 \\ z_2(D)=0 \end{array}$$

el mínimo se alcanza si la dieta consta únicamente de 6 latas de tipo M_2.

2A. Se ha investigado la energía que produce una placa solar (f) en función del tiempo transcurrido, en horas, desde que amanece (x), obteniéndose que:

$$f(x) = \begin{cases} 10x - x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 8 \\ \frac{a}{x^2} & \text{si } 8 < x \leq 12 \end{cases}$$

a) **[0,75 puntos]** Determina el valor de a para que la energía producida varíe de forma continua al variar el tiempo transcurrido desde que amanece.

b) **[1,75 puntos]** Considerando el valor de a obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función f en todo su dominio. ¿En qué momento del día la placa produce más energía? ¿Cuánta energía produce en ese momento?

Solución:

a) La función f viene dada por un polinomio en el intervalo $[0,8]$ y por un cociente de polinomios cuyo denominador no se anula en el intervalo $(8,12]$, con lo que el único posible punto de discontinuidad es $x = 8$. Se tiene que

$$\lim_{x\to 8^-} f(x) = \lim_{x\to 8^-} (10x - x^2) = 16 \quad \text{y} \quad \lim_{x\to 8^+} f(x) = \lim_{x\to 8^+} \frac{a}{x^2} = \frac{a}{64}$$

con lo que el límite existe si $16 = \frac{a}{64}$ o, lo que es lo mismo, si $a = 16 \cdot 64 = 1024$. Como $f(8) = 16$, se tiene que si $a = 1024$, f es continua en todo su dominio.

b) Por un lado se tiene que $f(0) = 0$. Por otro lado, $f(x) = 0$ si $10x + x^2 = 0$ o $\frac{1024}{x^2} = 0$. Está claro que la segunda igualdad no puede darse. En cuanto a la primera, $10x + x^2 = x(10 - x) = 0$ con lo que $x = 0$ o $x = 10$, pero como $10 \notin [0,8]$, se tiene que f no corta a los ejes más que en el punto $(0,0)$.

En cuanto a la crecimiento y decrecimiento, en el intervalo $(0,8)$ se tiene que $f'(x) = 10 - 2x = 0$. Dicha igualdad se verifica si $x = 5$. Como $f'(x) > 0$ si $x \in (0,5)$ y $f'(x) < 0$ si $x \in (5,8)$, se tiene que f crece en $(0,5)$ y decrece en $(5,8)$. Además se sabe que $f(5) = 25$. Por otro lado, en el intervalo $(8,12)$ se tiene que $f'(x) = \frac{-2048}{x^3} < 0, \forall x \in (8,12)$, con lo que en $(8,12)$ la función siempre decrece.

En cuanto a la derivada segunda, se tiene que $f''(x) = -2 < 0$ en el intervalo $(0,8)$ y $f'(x) = \frac{6144}{x^4} > 0$ en el intervalo $(8,12)$, con lo cual en el primer intervalo es cóncava hacia abajo y en el segundo es cóncava hacia arriba.

Por último, observamos que $f(12) = \frac{64}{9} \approx 7{,}11$.

De todo lo anterior se deduce que la representación gráfica de f es la que corresponde a la figura 2.

Así pues, a la vista de la representación gráfica, el momento del día en el que la placa produce más energía es a las 5 horas de haber amanecido y en ese momento se produce una cantidad de energía igual a 25.

2B. Dada la función $f(x) = x^3 + 3x^2$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(2) = 10$.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -3{,}2$ y $x = -2$.

Solución:

a) Como $f(x) = x^3 + 3x^2$, entonces $F(x) = \frac{x^4}{4} + x^3 + C$, con lo que $F(2) = 12 + C = 10 \Leftrightarrow C = -2$ y $F(x) = \frac{x^4}{4} + x^3 - 2$.

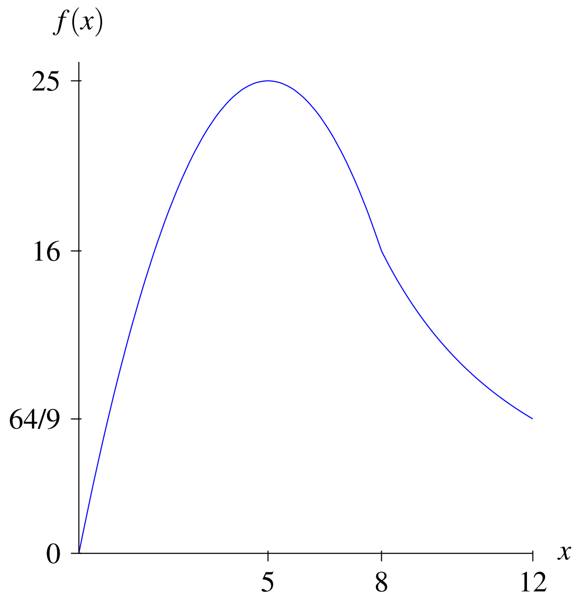

Figura 2: Representación gráfica de f.

b) Como f es un polinomio, está definida en todo $\mathbb{R}$ y es continua en todo su dominio. Además se tiene que $f(0)=0$ y que $f(x)=x^2(x+3)=0 \Leftrightarrow x=0$ o $x=-3$, con lo que f corta a los ejes en los puntos $(0,0)$ y $(-3,0)$.

Además
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(x^3+3x^2) = \infty \quad \text{y} \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(x^3+3x^2) = -\infty.$$

Para estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función, vamos a comenzar calculando su primera derivada:
$$f'(x) = 3x^2+6x = 3x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ o } x=-2.$$

Como $f'(x)>0$ si $x\in(-\infty,-2)\cup(0,\infty)$ y $f'(x)<0$ si $x\in(-2,0)$, se tiene que f crece en $(-\infty,-2)\cup(0,\infty)$ y decrece en $(-2,0)$. Además se tiene que $f(-2)=4$.

Si calculamos la segunda derivada se tiene que $f''(x)=6x+6=6(x+1)$, con lo que $f''(x)=0\Leftrightarrow x=-1$ y como $f''(x)<0$ si $x\in(-\infty,-1)$ y $f''(x)>0$ si $x\in(-1,\infty)$, se tiene que f es cóncava hacia arriba (convexa) en el intervalo $(-1,\infty)$ y cóncava hacia abajo (cóncava) en $(-\infty,-1)$. Se tiene además que $f(-1)=2$.

De todo lo anterior se deduce que su representación gráfica es la que aparece en la figura 3.

El área limitada por la curva y el eje X entre $x=-3{,}2$ y $x=-2$ es igual a:
$$\left|\int_{-3{,}2}^{-3} f(x)dx\right| + \left|\int_{-3}^{-2} f(x)dx\right| = |F(-3)-F(-3{,}2)| + |F(-2)-F(-3)| =$$
$$|(-8{,}75)-(-8{,}5536)| + |(-6)-(-8{,}75)| = 2{,}9464.$$

3A. Los cursos de monitor de esquí en determinada estación se reparten en tres turnos, A, B y C. Los alumnos del turno A representan el 20 % del alumnado, los del turno B representan el 30 % del alumnado y los del turno C representan el 50 % restante. Además se sabe que el porcentaje de alumnos que aprueban el curso es del 95 % en el turno A, 90 % en el B y 92 % en el C. Si se elige un alumno al azar,

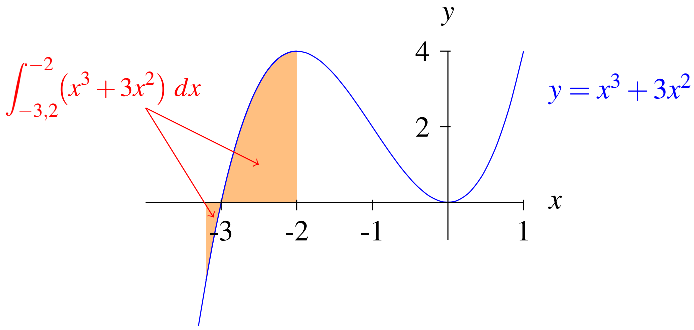

Figura 3: Representación gráfica de f.

a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado el curso y no sea del turno B?

b) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado el curso o sea del turno B?

Solución: Si denotamos por A el suceso «ser del turno A», por B el suceso «ser del turno B», por C el suceso «ser del turno C» y por Ap el suceso «aprobar el curso», los datos del enunciado se traducen en:

$$\begin{array}{lll} P(A) = 0{,}2 & P(B) = 0{,}3 & P(C) = 0{,}5 \\ P(Ap/A) = 0{,}95 & P(Ap/B) = 0{,}9 & P(Ap/C) = 0{,}92 \end{array}$$

y con esto, las probabilidades pedidas son:

a) $P(\overline{B} \cap Ap) = P(Ap) - P(B \cap Ap) = 0{,}92 - 0{,}27 = 0{,}65$ donde hemos aplicado que $P(Ap) = P(Ap/A)P(A) + P(Ap/B)P(B) + P(Ap/C)P(C) = 0{,}95 \cdot 0{,}2 + 0{,}9 \cdot 0{,}3 + 0{,}92 \cdot 0{,}5 = 0{,}92$ y que $P(B \cap Ap) = P(Ap/B)P(B) = 0{,}9 \cdot 0{,}3 = 0{,}27$.

b) $P(B \cup Ap) = P(B) + P(Ap) - P(B \cap Ap) = 0{,}3 + 0{,}92 - 0{,}27 = 0{,}95$.

3B. En el primer curso de un grado, el 60 % de los estudiantes son mujeres y el 40 % restante son hombres. Además se sabe que el 80 % de las mujeres y el 75 % de los hombres aprobaron el examen de matemáticas. Si se elige un estudiante de ese curso al azar,

a) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y haya suspendido matemáticas?

b) **[1,25 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado matemáticas?

Solución: Si denotamos por M el suceso «ser mujer» y por A el suceso «aprobar matemáticas», los datos del enunciado se traducen en:

$$\begin{array}{ll} P(M) = 0{,}6 & P(\overline{M}) = 0{,}4 \\ P(A/M) = 0{,}8 & P(A/\overline{M}) = 0{,}75 \end{array}$$

con lo que las probabilidades pedidas son:

a) $P(\overline{A} \cap \overline{M}) = P(\overline{M}) - P(A \cap \overline{M}) = 0{,}4 - 0{,}3 = 0{,}1$ donde hemos utilizado que $P(A \cap \overline{M}) = P(A/\overline{M})P(\overline{M}) = 0{,}75 \cdot 0{,}4 = 0{,}3$.

b) $P(A) = P(A \cap M) + P(A \cap \overline{M}) = P(A/M)P(M) + 0{,}3 = 0{,}6 \cdot 0{,}8 + 0{,}3 = 0{,}78$

4A. Se quiere hacer un estudio para estimar el porcentaje de declaraciones de la renta que son fraudulentas.*

a) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de declaraciones fraudulentas a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,026 y un nivel de confianza del 90 %?

b) **[1,5 puntos]** En una muestra aleatoria de 1000 declaraciones se obtuvo que 110 de ellas eran fraudulentas. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 90 %, un intervalo para estimar la proporción de declaraciones fraudulentas.

Solución:

a) Al estimar la proporción poblacional, el mínimo tamaño que ha de tener la muestra para verificar estas condiciones es:

$$n \geq \left(z_{\alpha/2} \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\varepsilon} \right)^2$$

donde

- ε representa el error de estimación, en este caso $\varepsilon \leq 0{,}026$,
- p representa la proporción poblacional, que es un valor desconocido. Al no conocer el valor de p y no poder estimarlo, puesto que aún no tenemos una muestra, se considera el caso más desfavorable posible, es decir, el valor que maximiza la desviación típica, que es $p = 0{,}5$ y
- $z_{\alpha/2}$ representa el valor que cumple $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha = 0{,}9$ para una variable Z con distribución $N(0,1)$ o lo que es lo mismo, $P(Z < z_{\alpha/2}) = F(z_{\alpha/2}) = 0{,}95$, con lo que $z_{\alpha/2} = 1{,}64$.

De todo lo anterior se deduce que:

$$n \geq \left(1{,}64 \frac{\sqrt{0{,}5(1-0{,}5)}}{0{,}026} \right)^2 = 994{,}67$$

Así pues, el tamaño mínimo muestral con el que podemos asegurar que se cumplen las condiciones es de 995 declaraciones.

b) Si representamos por $\hat{p}$ la proporción de declaraciones fraudulentas en la muestra con $n = 1000$ declaraciones, se tiene que $\hat{p} = 110/1000 = 0{,}11$.

El intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1-\alpha)\cdot 100\,\%$, para una proporción poblacional en muestras grandes es:

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

donde $\hat{p}$ representa la proporción muestral, n el tamaño de muestra y $z_{\alpha/2}$ el valor que cumple $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha$ para una variable Z con distribución $N(0,1)$.

Así pues, con los datos de este ejercicio se tiene que un intervalo de confianza para la proporción de declaraciones fraudulentas, al 90 % de confianza, es:

$$\left(0{,}11 - 1{,}64\sqrt{\frac{0{,}11(1-0{,}11)}{1000}}, 0{,}11 + 1{,}64\sqrt{\frac{0{,}11(1-0{,}11)}{1000}} \right) = (0{,}094, 0{,}126),$$

puesto que ya habíamos visto que $\hat{p} = 0{,}11$, $n = 1000$ y que al 90 % de nivel de confianza se tiene que $z_{\alpha/2} = 1{,}64$.

Así pues, tenemos una confianza del 90 % de que el verdadero porcentaje de declaraciones fraudulentas está entre el 9,4 % y el 12,6 %.

4B. Una fábrica de quesos quiere estudiar el tiempo que tarda el producto en estropearse si no se envasa. Para ello, considera una muestra de 324 quesos y observa que el tiempo medio hasta que se estropean es de 27 días. Se supone además que el tiempo hasta que se estropea el producto sigue una distribución normal con desviación típica 4 días.*

a) **[1,5 puntos]** Construye un intervalo de confianza para el tiempo medio que tarda en estropearse este tipo de queso al 99 % de confianza.

b) **[1 punto]** ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero tiempo medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,5 días y un nivel de confianza del 99 %?

Solución: Si denotamos por X la v.a. «tiempo, en días, hasta que se estropea», sabemos que dicha variable sigue una distribución normal de media desconocida μ y desviación típica $\sigma = 4$ días, es decir, $X \to N(\mu, 4)$. Además, tenemos para dicha v.a. una muestra aleatoria de tamaño $n = 324$ para la cual se obtiene una media muestral $\bar{x} = 27$ días.

a) El intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1-\alpha)\cdot 100\,\%$, para una media poblacional de una variable aleatoria con distribución normal y desviación típica conocida es:

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

donde

- $\bar{x}$ representa la media muestral, en este caso $\bar{x} = 27$,
- n representa el tamaño de muestra, en este caso $n = 324$,
- σ representa la desviación típica poblacional, en este caso $\sigma = 4$ y
- $z_{\alpha/2}$ representa el valor que cumple que $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha = 0{,}99$ para una variable Z con distribución $N(0,1)$, o lo que es lo mismo, el valor que cumple que $P(Z < z_{\alpha/2}) = F(z_{\alpha/2}) = 0{,}995$. Con lo cual, en este caso $z_{\alpha/2} = 2{,}58$.

Así pues, con los datos de este ejercicio se tiene que un intervalo de confianza para el tiempo medio hasta que es estropea este tipo de queso, al 99 % de confianza es:

$$\left(27 - 2{,}58\frac{4}{\sqrt{324}}, 27 + 2{,}58\frac{4}{\sqrt{324}}\right) = (26{,}427; 27{,}573),$$

es decir, tenemos una confianza del 99 % de que el tiempo medio hasta que se estropea está entre 26,427 y 27,573 días.

b) Una vez fijados el error máximo de estimación ε y el nivel de confianza $(1-\alpha)\cdot 100\,\%$, si se considera que la variable en estudio sigue una distribución normal con desviación típica conocida, el mínimo tamaño que ha de tener la muestra para verificar estas condiciones es:

$$n \geq \left(z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

Así pues, puesto que $\varepsilon \leq 0{,}5$ y $1-\alpha = 0{,}99$, con lo que $z_{\alpha/2} = 2{,}58$, se tiene que

$$n \geq \left(2{,}58 \frac{4}{0{,}5}\right)^2 = 426{,}0096$$

con lo que el tamaño mínimo muestral para cumplir las condiciones será de 427 quesos.

* Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1:
$F(1{,}28) = 0{,}90$; $F(1{,}64) = 0{,}95$; $F(1{,}96) = 0{,}975$; $F(2{,}33) = 0{,}99$ y $F(2{,}58) = 0{,}995$.