FÍSICA

1. Se desea ubicar un satélite para comunicaciones, cuya masa es m = 1000 kg, en una órbita circular 500 km por encima de la superficie terrestre. Calcule:

   a. La velocidad del satélite en dicha órbita. (1 punto)

   b. ¿A qué distancia de la Tierra debería situarse el satélite para que su energía mecánica fuera la mitad? (1 punto)

SOLUCIÓN

a.

$$F_{\mathrm{G}} = F_{\mathrm{C}} \Longrightarrow \frac{G\,M_{\mathrm{T}}\,m}{R^2} = m\frac{v_{\mathrm{orb}}^2}{R} \Longrightarrow v_{\mathrm{orb}} = \sqrt{\frac{G\,M_{\mathrm{T}}}{R}} = \sqrt{\frac{6.67\times 10^{-11}\times 5.98\times 10^{24}}{(6370+500)\times 10^3}}$$

$$v_{\mathrm{orb}} = 7620\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

---

b. Llamamos d a la distancia de la nueva órbita del satélite a la superficie de la Tierra. Las energías en esa órbita se denotan con una "prima".

$$E'_{\mathrm{M}} = E'_{\mathrm{C}} + E'_{\mathrm{P}} = \frac{1}{2}m\frac{G\,M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}}+d)} - \frac{G\,M_{\mathrm{T}}\,m}{(R_{\mathrm{T}}+d)} = -\frac{G\,M_{\mathrm{T}}\,m}{2(R_{\mathrm{T}}+d)} = \frac{1}{2}E_{\mathrm{M}} \Longrightarrow d = -\frac{G\,M_{\mathrm{T}}\,m}{E_{\mathrm{M}}} - R_{\mathrm{T}}$$

$$d = \frac{-6.67\times 10^{-11}\times 5.98\times 10^{24}\times 10^3}{-2.9\times 10^{10}} - 6.37\times 10^6 \Longrightarrow d = 7.37\times 10^6\ \mathrm{m} = 7370\ \mathrm{km}$$

Otro posible planteamiento: $E'_{\mathrm{M}} = E'_{\mathrm{C}} + E'_{\mathrm{P}} = \frac{1}{2}m\frac{G\,M_{\mathrm{T}}}{R'} - \frac{G\,M_{\mathrm{T}}\,m}{R'} = -\frac{G\,M_{\mathrm{T}}\,m}{2R'}$

$$\frac{E_M}{E'_{\mathrm{M}}} = \frac{\frac{G\,M_{\mathrm{T}}\,m}{2R}}{\frac{G\,M_{\mathrm{T}}\,m}{2R'}} = 2 \Longrightarrow \frac{R'}{R} = 2 \Longrightarrow R' = 2\,R$$

$$(R_{\mathrm{T}}+d) = 2(R_{\mathrm{T}} + 5\times 10^5 m)$$

$$d = (R_{\mathrm{T}} + 10^6 m) = 7.37\times 10^6\ \mathrm{m}\ \ \text{sobre la superficie terrestre}$$

Dado que no es especifica en el enunciado que la distancia sea sobre la superficie se admite que se de como solución la distancia al centro de la Tierra, es decir el radio de la nueva órbita

$$\frac{R'}{R} = 2 \Longrightarrow R' = 2R = 2\times(R_{\mathrm{T}} + 5\times 10^5 m) = 13.74\times 10^6\ \mathrm{m}$$

2. Io, una de las lunas de Júpiter, posee una intensa actividad volcánica y el material lanzado durante las erupciones puede alcanzar alturas de 500 km sobre la superficie. Calcule:
   a. La velocidad inicial del material volcánico en la superficie de Io. (1 punto)
   b. La velocidad de escape en Io. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.

$$E_{\mathrm{m}} = \text{cte} \;\Longrightarrow\; (E_{\mathrm{m}})_{\text{superficie}} = (E_{\mathrm{m}})_{\text{hmax}} \Longrightarrow -\frac{GM_{\mathrm{Io}}m}{R_{\mathrm{Io}}} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GM_{\mathrm{Io}}m}{R_{\mathrm{Io}} + h_{\max}}$$

$$v = \sqrt{2GM_{\mathrm{Io}}\left(\frac{1}{R_{\mathrm{Io}}} - \frac{1}{R_{\mathrm{Io}} + h_{\max}}\right)}$$

$$v = \sqrt{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 8.94 \times 10^{22} \times \left(\frac{1}{1.815 \times 10^6} - \frac{1}{1.815 \times 10^6 + 0.5 \times 10^6}\right)}$$

$$v = 1191 \approx 1.2 \times 10^3 \text{ m/s}$$

---

b.

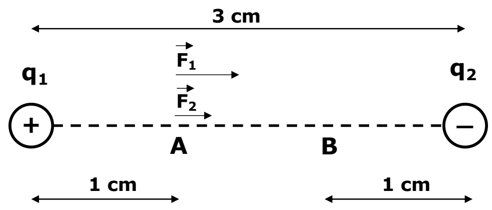
$$\frac{1}{2}m\, v_{\text{escape}}^2 - \frac{GM_{\mathrm{Io}}m}{R_{\mathrm{Io}}} = 0 \Longrightarrow v_{\text{escape}}^2 = \frac{2GM_{\mathrm{Io}}}{R_{\mathrm{Io}}} \Longrightarrow v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM_{\mathrm{Io}}}{R_{\mathrm{Io}}}}$$

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 8.94 \times 10^{22}}{1.815 \times 10^6}} \Longrightarrow v_{\text{escape}} = 2536\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.54 \text{ km/s}$$

3. Un dipolo está formado por dos cargas puntuales, q_1 = +3 nC y q_2 = -3 nC, situadas a una distancia mutua de 3 cm. Una partícula de polvo con masa m = 5×10^{-9} kg y carga eléctrica q_0 = +2 nC se coloca en reposo en un punto A localizado entre las dos cargas y a una distancia de 1 cm respecto de la carga positiva. Calcule:

a. El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza externa ejercida sobre la partícula de polvo. (1 punto)
b. El trabajo para trasladar la partícula desde el punto A a un punto B que dista 1 cm de la partícula negativa. (1 punto)

SOLUCIÓN



---

a.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$F = F_1 + F_2$ En sentido hacia la carga negativa será la fuerza del campo eléctrico

$$|q_1| = |q_2| = q \Longrightarrow F = Kqq_0\left(\frac{1}{(10^{-2})^2} + \frac{1}{(2\times10^{-2})^2}\right)$$

$$F = 9\times10^9\times3\times10^{-9}\times2\times10^{-9}\times\frac{1}{10^{-4}}\left(1+\frac{1}{4}\right) \;\Longrightarrow\; F = 6.8\times10^{-4}\ \mathrm{N}$$

En sentido hacia la carga negativa

---

b.

$$E_{PA} = q_0(V_{A1}+V_{A2}) = Kq_0q\left(\frac{1}{d_{A1}} - \frac{1}{d_{A2}}\right) = \frac{9\times10^9\times3\times10^{-9}\times2\times10^{-9}}{10^{-2}}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)$$
$$= 2.7\times10^{-6}\ \mathrm{J}$$

$$E_{PB} = q_0(V_{B1}+V_{B2}) = Kq_0q\left(\frac{1}{d_{B1}} - \frac{1}{d_{B2}}\right) = \frac{9\times10^9\times3\times10^{-9}\times2\times10^{-9}}{10^{-2}}\times\left(\frac{1}{2}-1\right)$$

$$E_{PB} = -2.7\times10^{-6}\ \mathrm{J} \Longrightarrow\; W_{A\to B} = -\Delta E_P = E_{PA} - E_{PB} \Longrightarrow W_{A\to B} = 5.4\times10^{-6}\ \mathrm{J}$$

W > 0, luego el campo eléctrico del dipolo trasladará espontáneamente la partícula de A a B

También se dará por correcto en caso de que el alumno sitúe el punto B a la derecha de la carga negativa:

$$E_{\mathrm{PB}} = q_0(V_{\mathrm{B1}}+V_{\mathrm{B2}}) = Kq_0q\left(\frac{1}{d_{\mathrm{B1}}} - \frac{1}{d_{\mathrm{B2}}}\right) = \frac{9\times10^9\times3\times10^{-9}\times2\times10^{-9}}{10^{-2}}\times\left(\frac{1}{4}-1\right)$$

$$E_{\mathrm{PB}} = -4.05\times10^{-6}\ \mathrm{J} \Longrightarrow W_{\mathrm{A\to B}} = -\Delta E_{\mathrm{P}} = E_{\mathrm{PA}} - E_{\mathrm{PB}} \Longrightarrow W_{\mathrm{A\to B}} = 6.75\times10^{-6}\ \mathrm{J}$$

4. Dos hilos conductores rectilíneos paralelos muy largos de longitud L y por los que circulan corrientes eléctricas opuestas de 15000 A se encuentran a una distancia $d = 5$ mm.

   a. Halle el campo magnético en un punto del plano que determinan los conductores y equidistante entre ambos. (1 punto)

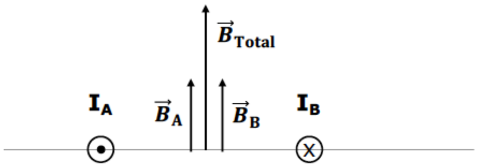
   b. Calcule la fuerza por unidad de longitud que ejerce cada hilo sobre el otro. (1 punto)

SOLUCIÓN

a. Los campos magnéticos creados por ambas corrientes en un punto situado en la región entre los conductores tienen el mismo sentido ya que las corrientes son opuestas. Si este punto está situado a la misma distancia de ambos conductores, el campo magnético total será el doble del creado por un único conductor rectilíneo en ese punto:

$$B_{\mathrm{B}} = B_{\mathrm{A}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\left(\frac{d}{2}\right)} \Longrightarrow B_{\mathrm{total}} = 2\,\frac{\mu_0 I}{2\pi\left(\frac{d}{2}\right)} = 2 \times \frac{4 \times \pi \times 10^{-7} \times 15000}{2 \times \pi \times 2.5 \times 10^{-3}}$$

$$B_{\mathrm{total}} = 2.4\ \mathrm{T}$$



---

b. Cada conductor "siente" una fuerza debida al campo magnético creado por la corriente eléctrica que circula por el otro conductor. Si llamamos A y B a ambos conductores, F_{A} a la fuerza sobre el conductor A debida al B y F_{B} a la fuerza sobre el conductor B debida al A:

$$F_{\mathrm{A}} = I_{\mathrm{A}} L B_{\mathrm{B}} = I_{\mathrm{A}} L \frac{\mu_0 I_{\mathrm{B}}}{2\pi d} \qquad F_{\mathrm{B}} = I_{\mathrm{B}} L B_{\mathrm{A}} = I_{\mathrm{B}} L \frac{\mu_0 I_{\mathrm{A}}}{2\pi d}$$

$$F_{\mathrm{A}} = F_{\mathrm{B}}$$

Ambas fuerzas son iguales en módulo pero en sentidos opuestos, de tal forma que los conductores se repelen. También se valorará si en vez de enunciar el sentido de las fuerzas, se dibujan

$$F_A = F_B = F \;\; \Longrightarrow \;\; \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} = \frac{4 \times \pi \times 10^{-7} \times (15000)^2}{2 \times \pi \times 5 \times 10^{-3}} = 9 \times 10^3\ \mathrm{N}$$

5. Una onda transversal sinusoidal con una amplitud de 2.5 mm y una longitud de onda de 1.8 m se propaga de izquierda a derecha a lo largo de una cuerda horizontal muy larga con una velocidad de 36 m/s. Tome como origen de coordenadas el extremo izquierdo de la cuerda. En el instante $t = 0$, el extremo izquierdo de la cuerda se encuentra en la posición de máximo desplazamiento hacia arriba (positivo).

   a. Determine la frecuencia, la frecuencia angular y el número de onda de la onda transversal. (1 punto)
   b. Determine el valor máximo de la velocidad transversal para cualquier punto de la cuerda (velocidad máxima de vibración). (1 punto)

SOLUCIÓN

a. Llamamos *f* a la frecuencia para no confundirla con la velocidad, *v*.

$$v = \lambda f \Longrightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{36}{1.8} = 20\ \text{Hz}$$

$$\omega = 2\pi f \Longrightarrow \omega = 40\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} = 125.7\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1.8} = 3.49\,\frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

---

b. La velocidad transversal viene dada por:

$$v_{\text{y}} = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -2.5\times 10^{-3}\times 40\pi\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{1.8}x - 40\pi t\right)$$

$$\left|v_{\text{y}}^{\text{max}}\right| = 2.5\times 10^{-3}\times 40\pi = 0.1\pi\ \text{m/s} = 0.314\ \text{m/s}$$

---

6. Se denominan ultrasonidos a las frecuencias por encima del rango auditivo en los humanos (20 kHz). Ondas sonoras por encima de esa frecuencia se utilizan para penetrar el cuerpo humano y producir imágenes por reflexión en las diferentes superficies. En un barrido de ultrasonidos típico las ondas sonoras viajan a una velocidad de 1500 m/s y para una imagen detallada la longitud de onda no debe ser superior a 1 mm.

   a. ¿Qué frecuencia es necesaria? (1 punto)

   Si el rango de frecuencias audibles es 20 Hz a 20 kHz:

   b. ¿A qué rango de longitudes de onda corresponde en el aire en condiciones normales? (1 punto)

SOLUCIÓN

a. Utilizamos la letra *f* para la frecuencia para no confundirla con la velocidad, *v*.

$$v = f\lambda \Longrightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1500}{10^{-3}} \Longrightarrow f = 1.5\times 10^{6}\ \text{Hz}$$

b.

$$v_{\text{sonido}} = 340\ \text{m/s}$$

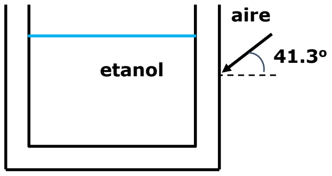
$$\text{Para } f = 20\ \text{kHz:}\ \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{2\times 10^{4}} = 0.017\ \text{m} = 1.7\ \text{cm}$$

$$\text{Para } f = 20\ \text{Hz:}\ \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{20} = 17\ \text{m}$$

El rango de longitudes de onda para las frecuencias audibles (humanos) está entre 1.7 cm y 17 m

7. Un depósito cúbico que contiene etanol tiene unas paredes planas de 2.5 cm de grosor fabricadas con un vidrio transparente de índice de refracción 1.55. Un rayo de luz incide desde el exterior (aire) sobre la pared de vidrio del depósito formando un ángulo de 41.3º respecto a la normal a la pared.

   a. Calcule el ángulo que forma el rayo de luz con la normal a la pared del vidrio en contacto con el etanol. (1 punto)
   b. El depósito se vacía y se rellena con un líquido desconocido. Si la luz incide con el mismo ángulo que en el caso anterior, el rayo entra en el líquido formando un ángulo de 20.2º con la normal. Justifique donde es mayor la velocidad de la luz, en el etanol o en el líquido desconocido. (1 punto)



SOLUCIÓN

a. Primera refracción:

$$(1)\; n_{\text{aire}}\, sen(41.3^{\circ}) = n_{\text{vidrio}}\, sen(\widehat{r_1}) \Longrightarrow sen(\widehat{r_1}) = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{vidrio}}} \times sen(41.3^{\circ}) = \frac{1 \times 0.66}{1.55} = 0.43$$

$$\widehat{r_1} = 25°12'$$

Condición para que se produzca la segunda refracción:

$$\widehat{r_1} = 25°12' < \hat{l} = arcsen\left(\frac{1.36}{1.55}\right) = 61°20'$$

Segunda refracción:

$$(2)\; n_{\text{vidrio}}\, sen(\widehat{r_1}) = n_{\text{etanol}}\, sen(\widehat{r_2}) \Longrightarrow sen(\widehat{r_2}) = \frac{n_{\text{vidrio}}}{n_{\text{etanol}}} \times sen(25^{\circ}12') = \frac{1.55 \times 0.43}{1.36} = 0.49$$
$$\widehat{r_2} = 29°20'$$

También se puede calcular sin hallar el ángulo de la primera refracción siempre que planteen previamente las ecuaciones (1) y (2):

$$n_{\text{aire}}\, sen(41.3^{\circ}) = n_{\text{etanol}}\, sen(\widehat{r_2}) \quad \Longrightarrow \quad sen(\widehat{r_2}) = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{etanol}}} \times sen(41.3^{\circ}) = \frac{1 \times 0.66}{1.36} = 0.49$$

$$\widehat{r_2} = 29°20'$$

---

b. El ángulo de refracción en el líquido desconocido tiene un valor inferior al del ángulo de refracción cuando el líquido es etanol:

$sen(20.2^{\circ}) < sen(29°20') \Longrightarrow\; n_{\text{líquido}} > n_{\text{etanol}}$ y sabiendo que $n = c/v$: $v_{\text{líquido}} < v_{\text{etanol}}$

Este apartado se dará por correcto si el razonamiento es el mismo aún cuando el ángulo obtenido en el apartado a) sea erróneo

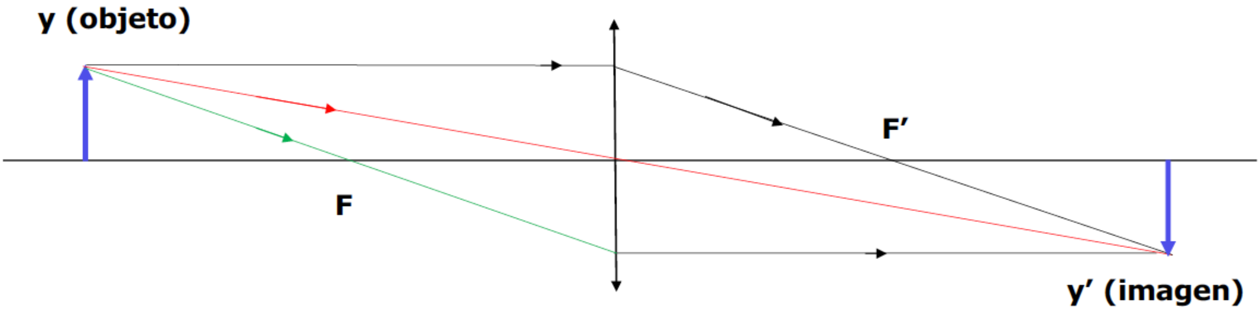
8. Colocamos un objeto cuya altura es de 8 cm en un punto situado 32 cm a la izquierda de una lente delgada convergente cuya distancia focal es 16 cm.

   a. Dibuje el diagrama de rayos principales en el que se muestre la formación de la imagen. (1.5 puntos)

   b. Determine la naturaleza de la imagen, su posición y su tamaño. (0.5 puntos)

SOLUCIÓN

a.



b.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \implies \frac{1}{s'} - \frac{1}{(-0.32)} = \frac{1}{(0.16)} \implies \frac{1}{s'} = \frac{1}{(0.32)} \implies s' \cong 32 \text{ cm} \ \ (\text{imagen real})$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \implies y' = \frac{0.32}{-0.32} y \implies y' = -y = -8 \text{ cm (Derecha)}$$

9. Las técnicas de dispersión de neutrones se utilizan para el estudio de la estructura y microestructura de los materiales. En un experimento de difracción un haz de neutrones con una longitud de onda de De Broglie de $\lambda = 0.2$ nm (valor que es del orden de la distancia interatómica en materiales sólidos cristalinos) incide sobre el material objeto de nuestra investigación.

   a. Calcule la velocidad del neutrón. (1 punto)

   b. Justifique por qué ese estudio no puede llevarse a cabo empleando un haz de partículas que posean una masa promedio de 1 μg lanzadas a una velocidad de 10^3 m/s. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.

$$\lambda_n = \frac{h}{m_n v} \Longrightarrow v = \frac{h}{m_n \lambda_n} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{1.675 \times 10^{-27} \times 2 \times 10^{-10}} \Longrightarrow v = 2 \times 10^3 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

---

b.

$$\lambda_{\text{particulas}} = \frac{h}{m_{\text{particulas}} v} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{1 \times 10^{-9} \times 10^3} \; \Longrightarrow \; \lambda_{\text{particulas}} = 6.626 \times 10^{-28} \text{ m}$$

La longitud de onda de las partículas es 21 órdenes de magnitud inferior a la distancia interatómica que se comenta en el enunciado, luego no puede producirse un fenómeno de difracción.

---

10. Una central nuclear produce una potencia de 3 GW. Su funcionamiento se basa en las reacciones de fisión nuclear del ^{235}U con neutrones. La fisión de cada átomo de ^{235}U libera 200 MeV.

   a. Complete el siguiente proceso que tiene lugar en la central sustituyendo con el número atómico (*Z*) y el número másico (*A*) correspondiente en cada caso: (1 punto)

$$^{235}_{92}U + n \;\rightarrow\; ^{A}_{Z}U$$
$$^{236}_{92}U \;\rightarrow\; ^{144}_{Z}Ba + {}^{A}_{36}Kr + 3\,n$$

   b. Sabiendo que la vida media del ^{235}U es de 7.04×10^8 años, calcule su constante de desintegración radiactiva y su periodo de semidesintegración. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.

$$^{235}_{92}U + n \;\rightarrow\; ^{236}_{92}U$$

$$^{236}_{92}U \;\rightarrow\; ^{144}_{56}Ba + {}^{89}_{36}Kr + 3\,n$$

---

b. En primer lugar es conveniente convertir la vida media a segundos:

$$\tau = 7.04 \times 10^8 \times 365 \times 86400 = 2.22 \times 10^{16} \text{ s}$$
$$\lambda = \frac{1}{\tau} \quad \lambda = 0.45 \times 10^{-16} \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{ln2}{T_{1/2}} \Longrightarrow T_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda} \Longrightarrow T_{1/2} = \tau \, ln2 = 2.22 \times 10^{16} \times 0.693 = \; 1.54 \times 10^{16} \text{ s}$$