FÍSICA

OPCIÓN A

1. Dos masas puntuales A (m_A = 8 kg) y B (m_B = 15 kg) se encuentran a una distancia fija de 50 cm. Una partícula de masa m se abandona inicialmente en reposo en un punto del segmento que conecta A y B a una distancia de 20 cm de la masa A.
   a. Calcule la aceleración que adquiere la partícula en ese punto (módulo, dirección y sentido). (1 punto)
   b. Obtenga la energía potencial gravitatoria en ese punto si la partícula tiene una masa m = 5 kg. (0.5 puntos)

Datos: G = 6.67×10^{-11} N·m^2·kg^{-2}

SOLUCIÓN

a.

$$\vec{F}_A = \frac{Gm_A m}{d_A^2}(-\vec{i}) \qquad \vec{F}_B = \frac{Gm_B m}{d_B^2}(\vec{i}) \quad \Rightarrow \quad F = Gm\left(\frac{m_B}{d_B^2} - \frac{m_A}{d_A^2}\right) = ma$$

$$a = G\left(\frac{m_B}{d_B^2} - \frac{m_A}{d_A^2}\right) = 6.67\times10^{-11}\times\left(\frac{15}{0.3^2} - \frac{8}{0.2^2}\right) = -2.2\times10^{-9}\,m/s^2$$

el sentido de la aceleración es hacia la masa A

---

b.

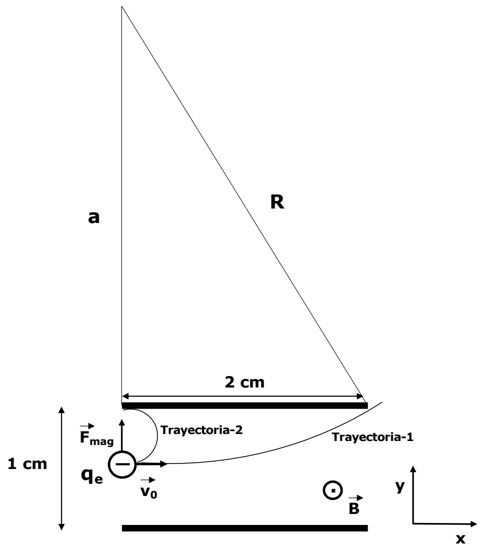
$$E_p = -G\left(\frac{mm_B}{d_B}\right) - G\left(\frac{mm_A}{d_A}\right) = -Gm\left(\frac{m_B}{d_B} + \frac{m_A}{d_A}\right)$$

$$E_p = -6.67\times10^{-11}\times5\times\left(\frac{15}{0.3} + \frac{8}{0.2}\right) = -3\times10^{-8}\,J$$

2. Un electrón viaja en línea recta con una velocidad constante de $v_0 = 1.6\times10^6$ m/s y entra en una región entre dos placas paralelas donde existe un campo magnético uniforme y perpendicular a la velocidad del electrón. La separación entre las placas es de 1 cm y su longitud de 2 cm. Asuma que el campo magnético en el exterior de la región delimitada por las placas es nulo y que cuando el electrón entra en el espacio entre las placas está a la misma distancia de ambas.
   a. Si el electrón curva su trayectoria hacia la placa superior y la libra justamente cuando sale del espacio entre placas, calcule la intensidad del campo magnético. (1.5 punto)
   b. Suponga que un protón con la misma velocidad inicial reemplaza al electrón. ¿Logrará salir del espacio entre las placas o impactará en una de ellas, de ser así, en la superior o en la inferior? Justifique su respuesta (1.5 puntos)

Datos: $|q_e| = -1.6\times10^{-19}$ C; $m_e = 9.1\times10^{-31}$ kg; $m_p = 1.7\times10^{-27}$ kg

SOLUCIÓN



a. La velocidad de la partícula cargada (electrón o protón) y el campo magnético son mutuamente perpendiculares, luego la fuerza magnética que experimenta la partícula cargada al entrar en la región entre las placas es:

$$\vec{F}_{mag} = q_e\overrightarrow{v_0} \times \vec{B} \Rightarrow F_{mag} = q_e v_0 B$$

y su dirección según el eje y, sentido positivo para el electrón (hacia arriba) y negativo para el protón (hacia abajo). La fuerza es perpendicular a la velocidad, luego la trayectoria será circular.

$$F_{mag} = F_c \Rightarrow q_e v_0 B = m_e \frac{v_0^2}{R} \Rightarrow B = \frac{m_e v_0}{q_e R}$$

Existen dos posibles trayectorias circulares (en el dibujo se muestran las correspondientes al electrón).

Para la Trayectoria-1 el electrón atraviesa por completo la región entre placas:

$$a^2 + 0.02^2 = R^2 \Rightarrow R_1 = 0.0425 \text{ m}$$

$$B_1 = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 4.25 \times 10^{-2}} \;\Rightarrow\; B_1 = 2.14 \times 10^{-4} \text{ T}$$

Para la Trayectoria-2 el electrón retrocede y sale sin atravesar la región entre placas:

$$R_2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow B_2 = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 2.5 \times 10^{-3}} \;\Rightarrow\; B_2 = 3.64 \times 10^{-3} \text{ T}$$

b. Con los valores obtenidos para el campo magnético en el apartado anterior y considerando ahora al protón:

$$R_1 = \frac{m_p v_0}{q_e B_1} \implies R_1 = \frac{1.7 \times 10^{-27} \times 1.6 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 2.14 \times 10^{-4}} \implies R_1 = 79.4 \text{ m}$$

$$R_2 = \frac{m_p v_0}{q_e B_2} \implies R_2 = \frac{1.7 \times 10^{-27} \times 1.6 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 3.64 \times 10^{-3}} \implies R_2 = 4.67 \text{ m}$$

El protón no impactará en ningún caso con las placas.

3. Las ondas transversales que se propagan a lo largo de una cuerda larga y tensa en el sentido negativo del eje x lo hacen con una velocidad de 8 m/s, con una amplitud de 7 cm y una longitud de onda de 32 cm. El extremo $x = 0$ posee su máximo desplazamiento vertical positivo en el instante $t = 0$.
   a. Calcule la frecuencia, el periodo y el número de onda de dichas ondas (0.75 puntos)
   b. Escriba la función de onda que describe dichas ondas. (0.75 puntos)
   c. Calcule el módulo y el sentido de la velocidad que tendrá una partícula situada en la posición $x = 16$ cm en el instante $t = 0.05$ s. (1.5 puntos)
   d. ¿Qué tiempo mínimo debe transcurrir desde el instante $t = 0.05$ s para que la partícula situada en la posición $x = 16$ cm vuelva a tener el mismo desplazamiento y la misma velocidad que en ese instante? (0.5 puntos)

SOLUCIÓN

a. $\lambda = 32\times10^{-2}$ m; $v = 8$ m/s; luego:

$$v = \frac{\lambda}{T} \implies T = \frac{\lambda}{v} = \frac{32 \times 10^{-2}}{8} \implies T = 4 \times 10^{-2}\ \mathrm{s}$$

$$f = \frac{1}{T} \implies f = 25\ \mathrm{Hz}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{32 \times 10^{-2}} \implies k = \frac{25\pi}{4} = 19.6\ \mathrm{rad/m}$$

---

b. La onda se propaga en el sentido negativo del eje x:

$$y(x,t) = A\cos(kx + \omega t + \phi_0) = 7 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{25\pi}{4}x + 50\pi t + \phi_0\right)$$

$$y(0,0) = 7 \times 10^{-2}\ \mathrm{m} \implies \cos(\phi_0) = 1 \implies \phi_0 = 0$$

$$y(x,t) = 7 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{25\pi}{4}x + 50\pi t\right)$$

---

c.

$$v_y = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\omega A\ \sin\left(\frac{25\pi}{4}x + 50\pi t\right) = -50\pi \times 7 \times 10^{-2} \times \sin\left(\frac{25\pi}{4}x + 50\pi t\right)$$

$$v_y = -3.5\pi \sin\left(\frac{25\pi}{4}x + 50\pi t\right)$$

$$v_y(x = 0.16\ \mathrm{m}, t = 0.05\ \mathrm{s}) = -3.5\pi \sin\left(\frac{25\pi \times 0.16}{4} + 50\pi \times 0.05\right)$$

$$v_y = -3.5\pi \sin(\pi + 50\pi \times 0.05) = -3.5\pi \sin\left(\frac{7}{2}\pi\right) = -3.5\pi \times (-1) \implies v_y = 11\ \mathrm{m/s}$$

$$y(x = 0.16\ \mathrm{m}, t = 0.05\ \mathrm{s}) = 7 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{25\pi \times 0.16}{4} + 50\pi \times 0.05\right)$$

$$y = 7 \times 10^{-2} \cos(\pi + 50\pi \times 0.05) = 7 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{7}{2}\pi\right) \implies y = 0\ \mathrm{m}$$

La partícula se encuentra instantáneamente en la posición de equilibrio y se mueve verticalmente hacia arriba (eje positivo y).

---

d. La partícula alcanza el mismo estado de vibración cada vez que transcurre un tiempo equivalente al periodo, $T = 0.04$ s.

4. En los experimentos de difracción en cristales las longitudes de onda habituales son del orden de 0.2 nm. Calcule:
   a. La energía en eV de un fotón con dicha longitud de onda. (1 punto)
   b. Las longitudes de onda que corresponderían a un protón y a un electrón, respectivamente, que tuviesen una energía cinética igual a la energía del fotón del apartado anterior. (1 punto)

   Datos: $c = 3\times10^{8}$ m/s; $m_e = 9.1\times10^{-31}$ kg; $m_p = 1.7\times10^{-27}$ kg; $h = 6.626\times10^{-34}$ J·s; $|q_e| = 1.6\times10^{-19}$ C

SOLUCIÓN

a. Para el fotón:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{2 \times 10^{-10}} = 9.94 \times 10^{-16}\ \mathrm{J} \implies E = 6.2 \times 10^{3}\ \mathrm{eV} = 6.2\ \mathrm{keV}$$

---

b. Para el protón:

$$E_c = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \implies v_p = \sqrt{\frac{2E_c}{m_P}} = \sqrt{\frac{2 \times 9.94 \times 10^{-16}}{1.67 \times 10^{-27}}} = 1.09 \times 10^{6}\ \mathrm{m/s}$$

$$\lambda_p = \frac{h}{m_p v_p} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{1.67 \times 10^{-27} \times 1.09 \times 10^{6}} \implies \lambda_p = 3.64 \times 10^{-13}\ \mathrm{m}$$

Para el electrón:

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \implies v_e = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 9.94 \times 10^{-16}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 4.67 \times 10^{7}\ \mathrm{m/s}$$

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 4.67 \times 10^{7}} \implies \lambda_e = 1.56 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}$$

OPCIÓN B

1. En el año 2119 una astronauta que forma parte de una misión espacial internacional llega a un planeta esférico en una lejana galaxia. Una vez en la superficie del planeta, la astronauta observa que al dejar caer una pequeña roca desde una altura de 1.90 m llega al suelo con una velocidad de 8 m/s. Si el radio del planeta es 8.60×10^{7} m, calcule:
   a. La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta. (0.5 puntos)
   b. La velocidad de escape del planeta. (1 punto)

Datos: $G = 6.67\times10^{-11}$ $N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$

SOLUCIÓN

a. Llamamos A al punto desde el que se deja caer la pequeña roca y B el punto de impacto con la superficie del planeta. La distancia entre A y B es de 1.9 m. Además, consideramos que la altura h = 1.9 m es mucho menor que el radio del planeta; $h \ll R_P$.

$$E_m = cte \;\Rightarrow\; (E_m)_A = (E_m)_B \;\Rightarrow\; -\frac{GM_Pm}{R_P+h} = -\frac{GM_Pm}{R_P} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$2GM_P\left(\frac{1}{R_P} - \frac{1}{R_P+h}\right) = v^2 \;\Rightarrow\; v^2 = \frac{2GM_Ph}{R_P(R_P+h)} \cong \frac{2GM_Ph}{R_P^2} = 2g_Ph \;\Rightarrow\; g_P = \frac{v^2}{2h}$$

$$g_P = \frac{8^2}{2\times1.9} = 16.8\ \mathrm{m/s^2}$$

---

b.

$$\frac{1}{2}mv_{escape}^2 - \frac{GM_Pm}{R_P} = 0 \;\Rightarrow\; v_{escape}^2 = \frac{2GM_P}{R_P} = 2g_PR_P \;\Rightarrow\; v_{escape} = \sqrt{2g_PR_P}$$

$$v_{escape} = \sqrt{2\times16.8\times8.6\times10^7} = 5.38\times10^4\ \mathrm{m/s}$$

2. Por un conductor rectilíneo indefinido circula una corriente eléctrica de intensidad I = 200 A. Determine:
   a. El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético en un punto situado a 20 cm del conductor. (1 punto)
   b. El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga eléctrica $q = +3\ \mu C$ que se acerca hacia el conductor en dirección perpendicular a éste, con una velocidad de $4\times10^3 m\cdot s^{-1}$ cuando la carga se encuentra a 20 cm del conductor. (1 punto)
   c. El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre la misma carga si se mueve paralela al conductor en el mismo sentido que la corriente. (1 punto)

Datos: $K = 9\times10^9\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$; $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ N\cdot A^{-2}$

SOLUCIÓN

a. Aplicando la Ley de Biot y Savart, sabemos que el campo magnético creado por un conductor rectilíneo se encuentra en el plano perpendicular al conductor, siendo las líneas de campo magnético circunferencias concéntricas centradas en la posición del conductor. El sentido del campo magnético se obtiene mediante "la regla de la mano derecha", esto es si la corriente se dirigiera hacia nuestros ojos, el campo magnético es anti-horario.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\times\pi\times10^{-7}\times200}{2\times\pi\times0.2} = 2\times10^{-4}\ \text{T}$$

---

b. La fuerza sobre una carga en movimiento debido a la existencia de un campo magnético es máxima cuando la velocidad de la carga y el campo magnético son mutuamente perpendiculares, como es este caso. La fuerza es perpendicular a la velocidad y al campo magnético, luego será paralela al conductor y en sentido opuesto a la corriente:

$$F = qvB = 3\times10^{-6}\times4\times10^{3}\times2\times10^{-4} = 2.4\times10^{-6}\ \text{N}$$

---

c. Al igual que en el apartado anterior la fuerza es perpendicular a la velocidad y al campo magnético, pero en este caso será perpendicular al conductor y el sentido hacia el conductor. El modulo de la fuerza será el mismo que en el apartado anterior:

$$F = qvB = 3\times10^{-6}\times4\times10^{3}\times2\times10^{-4} = 2.4\times10^{-6}\ \text{N}$$

3. En una pantalla, situada 3 m por detrás de una lente delgada convergente, se forma la imagen de un pequeño objeto vertical situado 60 cm delante de la lente.
   a. Calcule la potencia de la lente. (1 punto)
   b. Calcule la altura de la imagen si la altura del objeto es de 5 mm? (0.5 puntos)
   c. Trace el esquema de rayos correspondiente (1.5 puntos)
   d. Explique el defecto de visión del ojo humano que puede corregirse con este tipo de lentes. (0.5 puntos)

SOLUCIÓN

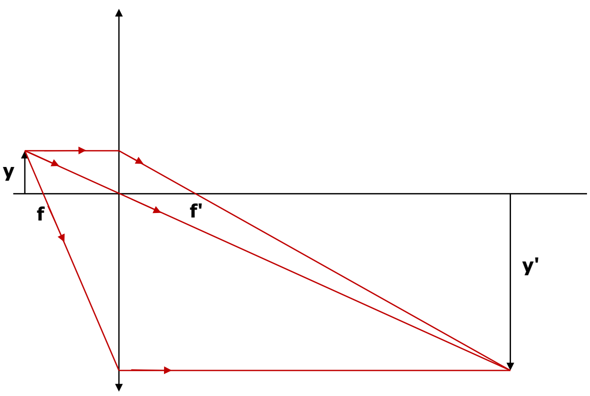
a.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \implies \frac{1}{3} - \frac{1}{(-0.6)} = \frac{1}{f'} \implies f' = 0.5 \text{ m} \implies P = 2 \text{ dioptrías}$$

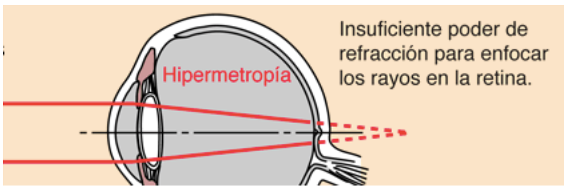
b.

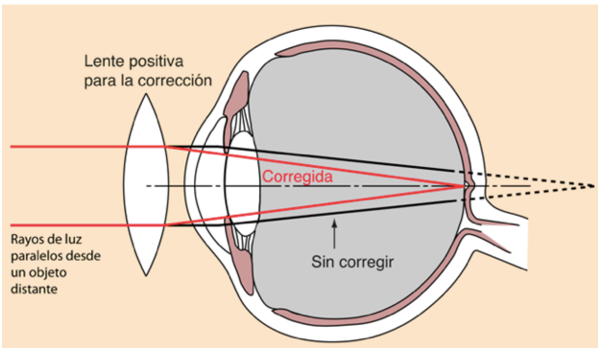
$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \implies y' = \frac{s'}{s} y = \frac{3}{-0.6} \times 5 \times 10^{-3} = 25 \times 10^{-3} \text{ m} \implies y' = 25 \text{ mm}$$

c.



d. La hipermetropía es un error refractivo que se produce porque el ojo tiene un diámetro demasiado estrecho, como consecuencia la distancia desde el punto por el que los rayos de luz entran en el ojo y la retina (lugar en el que tienen que converger) es demasiado larga y los rayos de luz se concentran en un punto anterior a la retina, dificultando a la persona ver los objetos que se encuentran situados en el plano cercano. Las lentes convergentes hacen que los rayos de luz puedan converger en la retina y no detrás de la misma.





Fuente : http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/vision/eyedef.html

4. El isótopo más común del uranio (Z = 92) es el ^{238}U, tiene un periodo de semidesintegración de 4.47×10^{9} años y decae a ^{234}Th mediante emisión de partículas alfa. Calcule:
   a. La constante de desintegración radiactiva del ^{238}U. (1 punto)
   b. El número de moles de ^{238}U requeridos para una actividad de 100 Bq. (1 punto)

Dato: $N_A = 6.022\times10^{23}$ átomos·mol^{-1}

SOLUCIÓN

a. Es conveniente en primer lugar convertir el período de semidesintegración a segundos y luego calcular la constante de desintegración, λ:

$$T_{1/2} = 4.47 \times 10^{9} \times 365 \times 86400 = 1.41 \times 10^{17}\ \mathrm{s} \implies \lambda = \frac{Ln2}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{1.41 \times 10^{17}} = 4.91 \times 10^{-18}\ \mathrm{s}^{-1}$$

---

b. Conociendo la actividad, A, y la constante de desintegración podemos calcular el número de núcleos inicial:

$$A = \lambda N \implies N = \frac{A}{\lambda} = \frac{100}{4.91 \times 10^{-18}} = 2.04 \times 10^{19}\ \text{núcleos}$$

$$\text{nº de moles} = \frac{N}{N_A} = \frac{2.04 \times 10^{19}}{6.022 \times 10^{23}} = 3.4 \times 10^{-5}\ \text{moles}$$