



MATEMÁTICAS II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde **razonadamente** a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN A

1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & m-1 \\ 1 & m-1 & m & 1 \\ m-1 & 1 & m & 1 \end{pmatrix}$ donde m es un número real.

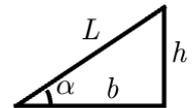
- a) Estudiar el rango de A según los valores de m . (1.5 puntos)
 b) Para $m = -1$, calcula la solución, si existe, del sistema (1 punto)

$$A^t \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (A^t \text{ matriz traspuesta})$$

2. Se quiere construir una rampa (ver gráfica) para camiones con una pendiente $m = \tan(\alpha) > 0$ y que salve una altura $h = 20$ metros.

- a) Calcula, en función de m , el valor de b y comprueba que la longitud de la rampa

L se puede expresar como $L(m) = 20\sqrt{\frac{m^2+1}{m^2}}$ (0.5 puntos)



- b) El camión se mueve a una velocidad constante que depende de la pendiente m y se expresa, en metros por segundo, a través de la función $v(m) = \frac{1}{\sqrt{m}}$. Demuestra que el tiempo t , en segundos, que tarda un

camión en recorrer la rampa se puede expresar como $t(m) = 20\sqrt{\frac{m^2+1}{m}}$ (0.5 puntos)

- c) Calcula la pendiente m que hace mínimo el tiempo de recorrido de un camión. (1.5 puntos)
 (Se recuerda que $\tan = \text{tangente}$ y $\text{velocidad} = \text{espacio}/\text{tiempo}$).

3. Sean r y s dos rectas perpendiculares que se cortan. La recta r viene dada por las ecuaciones

$$r : \frac{x-1}{2} = y+1 = -z+2. \text{ Calcula:}$$

- a) Un vector director \vec{v}_1 de r . (0.75 puntos)
 b) Un vector director \vec{v}_2 de s sabiendo que $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ es proporcional al vector $(1, 0, 2)$. (1 punto)
 c) Las ecuaciones del plano π que contiene ambas rectas. (0.75 puntos)

4. En un espacio muestral se tienen dos sucesos independientes: A y B . Se conocen las siguientes probabilidades: $p(A \cap B) = 0.3$ y $p(A/B) = 0.5$. Calcula:

- a) $p(A)$ y $p(B)$. (1 punto)
 b) $p(A \cup B)$ y $p(B/A)$. (1 punto)
 c) La probabilidad de que no ocurra ni el suceso A ni el suceso B . (0.5 puntos)



OPCIÓN B

1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Calcula, si existe, la inversa de B . (1 punto)
b) Determina, si existe, la matriz X que verifica la relación $AXB = C$. (1.5 puntos)

2. Dada la función $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 6}$

- a) Estudia su dominio de definición y calcula sus asíntotas. (0.75 puntos)
b) Estudia sus máximos, mínimos y puntos de inflexión. (0.75 puntos)
c) Calcula una primitiva de la función $f(x)$. (1 punto)

3. Dado la recta $r : \begin{cases} y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$, el punto $Q(1, 1, 1)$ y un plano π .

- a) Calcula el punto P de la recta r que verifica $d(P, Q) = 1$ u. (1.25 puntos)
b) Se sabe que $Q \in \pi$ y que $d(P, Q) = d(P, \pi)$. Determina la ecuación del plano π . (1.25 puntos)

4. En la siguiente tabla se muestra la distribución de un grupo de personas en relación al consumo de tabaco:

	Fumador	No fumador
Hombres	10	30
Mujeres	20	40

Se elige en ese grupo una persona al azar. Calcula las probabilidades de los siguientes sucesos diferentes:

- a) Sea fumador. (0.5 puntos)
b) Sabiendo que es fumador, se trate de una mujer. (1 punto)
c) Se extrae una segunda persona al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que una fume y la otra no? (1 punto)