

MATEMÁTICAS II

- Responda en el pliego en blanco a **cuatro preguntas cualesquiera** de entre las ocho que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2.5 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

Pregunta 1. En una protectora de animales se dan tres tipos de alimentos a tres razas de perros distintas. Cada perro de la raza 1 consume, por semana, un promedio de 2 unidades del alimento A y 1 unidad del alimento C. Cada perro de la raza 2 consume, por semana, un promedio de 1 unidad del alimento A y 1 unidad del alimento C. El consumo semanal promedio de la raza 3 es de 3 unidades de alimento A, 1 unidad de alimento B y 3 unidades de alimento C. Cada semana se compran 410 unidades del alimento A, 30 unidades del alimento B y 310 del alimento C. Se supone que toda la comida que se proporciona se consume.

- (a) **(0.75 puntos)** Plantea un sistema de ecuaciones lineales que modelice este problema y escríbelo matricialmente.
- (b) **(1 punto)** ¿Cuántos ejemplares de cada raza puede coexistir en la protectora?
- (c) **(0.75 puntos)** Si la raza 2 consumiese 1 unidad del alimento B, ¿existiría otra distribución del número de ejemplares de cada raza que permitiese mantener las unidades compradas cada semana?

Pregunta 2. Sea $x \in \mathbb{R}$ y las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & x \end{pmatrix}$.

- (a) **(1.5 puntos)** Da el $\text{rg}(A)$ según los valores de x . Para $x = 1$, comprueba que existe A^{-1} y calcúlala.
- (b) **(1 punto)** Toma $x = 1$. Supongamos que B es una matriz 3×3 con $\det(B) = 5$. Calcula $\det(AB)$. Razona cuál debe ser el valor de $\det\left(\frac{1}{5}AB\right)$.

Pregunta 3. Se considera la función $f(x) = \frac{x-4}{1-x}$.

- (a) **(1 punto)** Calcula el dominio de la función f y sus asíntotas.
- (b) **(1 punto)** Halla en caso de que existan, los máximos y mínimos y puntos de inflexión. Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- (c) **(0.5 puntos)** Utilizando los apartados anteriores, realiza un esbozo de la gráfica de f .

Pregunta 4. Dada la función $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

- (a) **(1.25 puntos)** Calcula una primitiva que pase por el punto $(0, 1)$.
- (b) **(1.25 puntos)** Calcula el área limitada por f , el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$.

Pregunta 5. Dado el punto $A = (0, -1, 1)$ y el plano $\pi = x + y + z + 3 = 0$.

- (a) **(1.5 puntos)** Calcula el punto B simétrico de A respecto de π .
- (b) **(1 punto)** Calcula el área del triángulo plano cuyos vértices son A , $C = (-2, -3, 1)$ y el origen de coordenadas.

Pregunta 6. Se consideran los puntos $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, 0, 2)$, $C = (-1, 1, 3)$ y $D = (-1, 0, 1)$.

- (a) **(0.75 puntos)** Estudia si existe un plano que contenga a los cuatro puntos.
- (b) **(0.75 puntos)** Calcula la recta r que pasa por D y es perpendicular al plano π que contiene a A , B y C .
- (c) **(1 punto)** Calcula el punto P intersección de $r \equiv x + 1 = -y = z - 1$ y $\pi \equiv x - y - z = 1$ del apartado anterior.

Pregunta 7. En una empresa 55% de los trabajadores han hecho el curso 'ChatGPT'. El 30% de los trabajadores que han hecho este curso también han hecho el curso 'IA', el 40% de los que no han hecho el curso 'ChatGPT' han realizado el curso 'IA'.

- (a) **(1.25 puntos)** Tomado un trabajador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya realizado el curso 'IA'?
- (b) **(1.25 puntos)** Si un trabajador elegido al azar no ha hecho el curso 'IA' ¿cuál es la probabilidad de que sí tenga el curso de 'ChatGPT'?

Pregunta 8. Una empresa cafetera realiza una encuesta a 10000 individuos sobre el tipo de café que compran. Los resultados son: 8000 dicen comprar café torrefacto, 4000 café natural y 3000 ambos tipos de café.

- (a) **(0.5 puntos)** Si se elige un individuo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que compre alguno de los dos tipos de café?
- (b) **(1 punto)** Se selecciona un individuo y se le pregunta si compra café natural. Se repite la operación 100 veces, pudiendo repetirse el individuo seleccionado. Calcule aproximando por una distribución normal si fuese posible, la probabilidad de que no más de 50 individuos compre café natural.
- (c) **(1 punto)** Si en el apartado anterior sólo se seleccionasen 10 individuos, ¿cuál es la probabilidad de que 5 compren café natural?

* Algunos valores de la función de distribución $N(0, 1)$ son: $F(x) = P(Z \leq x)$, $F(0) = 0.5$, $F(0.15) = 0.5596$, $F(2.0412) = 0.9793$, $F(0.9793) = 0.8340$, $F(0.5596) = 0.7112$, $F(0.6294) = 0.7356$, $F(0.8159) = 0.7939$, $F(0.9) = 0.8159$, $F(1.28) = 0.9$.