



## MATEMÁTICAS

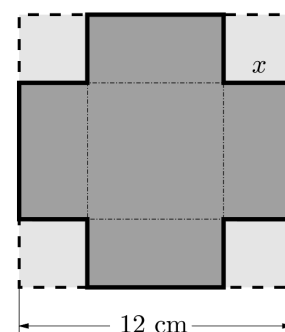
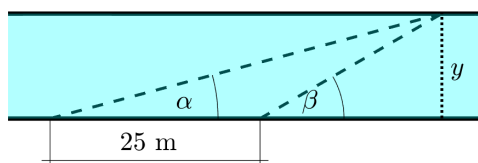
El examen presenta dos opciones: A y B. El alumno deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los tres ejercicios de que consta dicha opción.

### Opción A

1. [3 puntos] Dado un parámetro real  $k$ , se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} k & 2 \\ 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule, o explique por qué no es posible calcular,  $C = A \cdot B$ ,  $D = B \cdot A$ ,  $E = A + B^t$ , donde  $B^t$  es la traspuesta de  $B$ .
  - b) Calcule, o explique por qué no es posible calcular, los determinantes de  $A$ ,  $C$  y  $D$ .
  - c) Para cada una de las matrices  $A$ ,  $C$  y  $D$ , calcule para qué valores de  $k$  existe su inversa.
2. a) [1 punto] Calcule la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos  $A = (-2, -1)$  y  $B = (3, 8)$ .
- b) [2 puntos] Desde la orilla sur de un río que corre de este a oeste, miramos hacia un punto de la otra orilla situado aguas arriba con un ángulo  $\alpha = 15^\circ$ . Caminamos 25 m por nuestra orilla en dirección este, y al alzar la mirada hacia el mismo punto, lo hacemos con un ángulo  $\beta = 30^\circ$ . ¿Cuál es la anchura del río?
3. a) [2 puntos] De un cuadrado de cartón de lado 12 cm, cortamos de cada una de las esquinas un cuadrado de lado  $x$  cm ( $0 < x < 6$ ) y doblamos por las pestañas resultantes del corte con el objetivo de hacer una caja abierta por arriba. ¿Para que valor de  $x$  se maximiza el volumen de la caja?
- b) [2 puntos] Calcule el área encerrada entre las curvas  $y = x^3 - x$  e  $y = x - x^3$ .



**Opción B**

1. a) [1.5 puntos] Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 5 & 16 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcule su determinante y su traspuesta. ¿Existe la inversa de  $A$ ?

- b) [1.5 puntos] Isabel compra 2 cuadernos, 5 bolígrafos y 1 lápiz y le cobran 17 euros. Carlos compra 3 cuadernos, 4 bolígrafos y 2 lápices y le cobran 19 euros. Felipe compra 5 cuadernos, 16 bolígrafos y 2 lápices y le cobran 51 euros. Plantee un sistema lineal para el cálculo del precio de cada uno de los productos y resuélvalo, si es posible, por el método de Gauss. Explique el resultado obtenido.
2. a) [1 punto] Sean  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  dos vectores de  $\mathbb{R}^2$  ambos distintos del vector nulo y que cumplen que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ . ¿Forman  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  necesariamente una base de  $\mathbb{R}^2$ ? En caso de que la respuesta sea afirmativa, justifíquese. En caso de que sea negativa, ponga un ejemplo de vectores que cumplan las condiciones dadas pero que no formen una base.

- b) [2 puntos] Se consideran las rectas

$$r : \frac{x-1}{4} + \frac{y-2}{3} = 0, \quad s : \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Calcule el ángulo que forman y, si existe, el punto en que se cortan.

El ángulo se puede expresar en grados o en radianes; use al menos 4 decimales en los todos los cálculos.

3. En este ejercicio, las funciones trigonométricas que aparecen tienen como argumentos los ángulos en radianes.

- a) [1 punto] Calcule

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{sen}(2x)}{\operatorname{tg}(3x)}$$

- b) [2 puntos] Sea  $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$ . Indique su dominio y sus intervalos (abiertos) de crecimiento y decrecimiento. Utilice esa información para clasificar los máximos y mínimos relativos de  $f(x)$  sin utilizar la derivada segunda.

- c) [1 punto] Calcule

$$\int (x^2 + \operatorname{sen} x) dx$$