FÍSICA (examen resuelto y criterios de corrección)

- Responda en el pliego del examen a un máximo de **cinco preguntas cualesquiera** de entre las diez que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2 puntos.**
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

DATOS y CONSTANTES FÍSICAS					
$R_T = 6.37 \times 10^{6}$ m	$k = 9.0 \times 10^{9}$ N·m²·C⁻²	$m_{p+} = 1.67 \times 10^{-27}$ kg	$c = 3.0 \times 10^{8}$ m·s⁻¹	$M_{Sol} = 1.99 \times 10^{30}$ kg	$R_{Orbita\ Tierra} = 1.50 \times 10^{11}$ m
$G = 6.67 \times 10^{-11}$ N.m²·kg⁻²	$\lvert q_{e-}\rvert = \lvert q_{p+}\rvert = 1.6 \times 10^{-19}$ C	$m_{e-} = 9.11 \times 10^{-31}$ kg	$h = 6.63 \times 10^{-34}$ J·s	$M_{Luna} = 7.35 \times 10^{22}$ kg	$R_{Orbita\ Luna} = 3.84 \times 10^{8}$ m
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T·m·A⁻¹	$n_{aire} = 1$	$I_0 = 10^{-12}$ W·m⁻²	$N_A = 6.02 \times 10^{23}$ mol⁻¹	$M_{Tierra} = 5.97 \times 10^{24}$ kg	$v_{sonido} = 340$ m·s⁻¹

Pregunta 1.

El planeta Mercurio tiene una gravedad en su superficie de 0.37 veces la gravedad terrestre y su radio es 0.387 veces el radio de la Tierra.

a) Calcula la masa del planeta Mercurio. **(0.5 puntos)**
b) Determina el peso en la superficie de Mercurio de un cuerpo que en la Tierra pesa 20 N. **(0.5 puntos)**
c) ¿Cuál sería la velocidad de escape de un objeto lanzado desde la superficie de Mercurio? **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

a) La masa del planeta Mercurio, a partir de las relaciones de la gravedad en su superficie con respecto a la de la Tierra y los radios respectivos de ambos planetas, será:

$$G\frac{M_{\mathrm{M}}}{{R_M}^2} = g_{S_M} = 0.37 \cdot g_{S_T} = 0.37 \cdot G\frac{M_{\mathrm{T}}}{{R_T}^2} \Longrightarrow \frac{M_{\mathrm{M}}}{(0.387 \cdot R_T)^2} = 0.37\frac{M_{\mathrm{T}}}{{R_T}^2} \Longrightarrow M_{\mathrm{M}} = 0.37\frac{(0.387 \cdot R_T)^2 \cdot M_{\mathrm{T}}}{{R_T}^2};$$

$$\Longrightarrow M_{\mathrm{M}} = 0.37 \times (0.387)^2 \cdot M_{\mathrm{T}}$$

Y sustituyendo datos:

$$M_{\mathrm{M}} \approx 0.055 \cdot M_{\mathrm{T}} = 5.54 \times 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg} \approx 3.31 \cdot 10^{23}\ \mathrm{kg}$$

b) El peso del cuerpo en la superficie de Mercurio, a partir de la relación de su gravedad con la de la Tierra:

$$g_{S_M} = 0.37 \cdot g_{S_T} \Longrightarrow P_{C_M} = m_{\mathrm{C}} \cdot g_{S_M} = m_{\mathrm{C}} \cdot 0.37 \cdot g_{S_T} = 0.37 \cdot P_{C_T} = 0.37 \times 20\ N = 7.4\ N$$

c) la velocidad mínima que se debe suministrar al satélite para que éste logre escapar de la atracción gravitatoria de Mercurio desde un punto de su superficie, se obtiene aplicando el principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_M^i = E_C^i + E_P^i = E_M^f = 0 \Longrightarrow \frac{1}{2}m \cdot v_{e\,M}^2 + \left(-G\frac{m \cdot M_M}{R_M}\right) = 0 \Longrightarrow \frac{1}{2}m \cdot v_{e\,M}^2 = \frac{G \cdot m \cdot M_M}{R_M};$$

De donde, despejando la velocidad de escape, para un punto de la superficie de Mercurio:

$$\Longrightarrow v_{e\,M} = \sqrt{\frac{2\,G \cdot M_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{2\,G \cdot 0.37 \cdot (0.387)^2 \cdot M_T}{0.387 \cdot R_T}} = \sqrt{0.37 \times\ 0.387} \cdot \sqrt{\frac{2\,G \cdot M_T}{R_t}} \approx 0.38 \cdot v_{e\,T}$$

$$\Longrightarrow v_{e\,M} \approx 0.38 \times \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}} \times\ 5.97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{6.37 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m}}} \approx 4.23 \times 10^{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ;\text{o bien: } v_{e\,M} \approx 4231.08\ m \cdot s^{-1}$$

Pregunta 2.

Un satélite artificial describe una órbita circular a una altura de 20000 km alrededor de un planeta que tiene un radio de 5000 km y aceleración de la gravedad en su superficie de 8.2 m/s².

a) Calcula la masa del planeta. **(0.5 puntos)**
b) Determina la velocidad mínima de lanzamiento del satélite desde la superficie del planeta para alcanzar dicha órbita. **(1 punto)**
c) Calcula la velocidad orbital y el período de la órbita del satélite alrededor del planeta. **(0.5 puntos)**

SOLUCIÓN:

a) La masa del planeta, conocidos el valor del campo gravitatorio en la superficie y el radio del planeta, será:

$$g_{S_P} = G\frac{M_{\mathrm{P}}}{{R_P}^2} \Longrightarrow M_P = \frac{g_{S_P} \cdot R_P^2}{G} = \frac{8.2\ m \cdot s^{-2} \times\ (5 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m})^2}{6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}} = 3.07 \cdot 10^{24}\ kg$$

b) A partir del principio de conservación de la energía mecánica:

$$E_M^i = E_C^i + E_{P\,(Superficie\ Planeta)}^i = E_M^f = E_C^f(v_{h\ órbita}) + E_{P\ h}^f \Longrightarrow E_C^i + E_P^i = E_C^f + E_P^f \equiv \frac{E_P^f}{2}$$

Siendo:

$$v_{h\ órbita} = \sqrt{\frac{G\cdot M_P}{(R_P+h)}} \Longrightarrow E_C^f + E_P^f = \frac{1}{2}m_S\frac{G\cdot M_P}{(R_P+h)} - G\frac{m_S\cdot M_P}{(R_P+h)} = -G\frac{m_S\cdot M_P}{2(R_P+h)}$$

$$\text{Luego: } E_C^i + \left(-G\frac{m_S M_P}{R_P}\right) = -G\frac{m_S M_P}{2(R_P+h)} \Longrightarrow \frac{1}{2}m_S\cdot v_i^2 = G\frac{m_S M_P}{R_P}\left[1-\frac{1}{2\left(1+\frac{h}{R_P}\right)}\right];$$

y despejando la velocidad inicial de lanzamiento:

$$v_i = \sqrt{\frac{2G\cdot M_P}{R_P}\left[1-\frac{1}{2\left(1+\frac{h}{R_P}\right)}\right]}$$

Sustituyendo datos:

$$v_i = \sqrt{\frac{2\times 6.67\cdot 10^{-11}N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\times 3.07\cdot 10^{24}\,kg}{5\cdot 10^6\,m}\left[1-\frac{1}{2\left(1+\frac{2\cdot 10^7\,m}{5\cdot 10^6\,m}\right)}\right]} \approx 8.6\cdot 10^3\ m\cdot s^{-1}$$

c) Para calcular la velocidad orbital del satélite para que describa el movimiento circular en torno al planeta, a dicha altura:

$$F_C = F_G \Longrightarrow \frac{m_S\cdot v_{orb}^2}{(R_P+h)} = G\frac{m_S\cdot M_P}{(R_P+h)^2} \Longrightarrow v_{orbital} = \sqrt{\frac{G\cdot M_P}{(R_P+h)}}\ ;\ \text{y sustituyendo datos:}$$

$$v_{orbital} = \sqrt{\frac{6.67\cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}\ \times\ 3.07\cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{25\cdot 10^6\ \mathrm{m}}} \approx 2.86\cdot 10^3\ \frac{m}{s}\ ;\ \text{ó bien: } 2863.56\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

Y el período del movimiento circular del satélite en su órbita alrededor del planeta, a dicha altura:

$$\frac{2\pi(R_P+h)}{T} = v_{orbital} = \sqrt{\frac{G\cdot M_P}{(R_P+h)}} \Rightarrow \mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_P+h)^3}{G\cdot M_P}};$$

Sustituyendo datos:

$$\mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{(25\cdot 10^6\ m)^3}{6.67\cdot 10^{-11}N\cdot m^2\cdot kg^{-2}\times 3.07\cdot 10^{24}\ kg}} \approx 5.48\cdot 10^4\ s \equiv 15.24\ horas$$

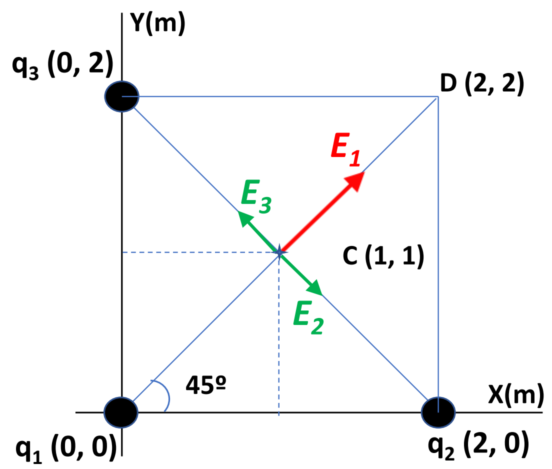
Pregunta 3.

Tres cargas puntuales q_1 = 8 μC y $q_2 = q_3$ = -4 μC, se colocan en los vértices de un cuadrado de lado 2 m, hallándose q_1 en el origen de coordenadas O (0,0), y las cargas q_2 y q_3 en los vértices A (2, 0) m y B (0, 2) m, respectivamente.

a) Realiza un diagrama y determina el campo eléctrico en el centro del cuadrado C (1, 1) m. **(1 punto)**
b) Calcula el potencial eléctrico en los puntos C y en el cuarto vértice D (2, 2) m. **(0.5 puntos)**
c) Determina el trabajo realizado para llevar una carga puntual q_4 = 3 nC, desde el vértice D hasta el centro del cuadrado. Justifica si el trabajo se realiza por el campo eléctrico del sistema de cargas o en contra del campo del sistema de cargas. **(0.5 puntos)**

SOLUCIÓN:

a) El campo eléctrico en el punto C de coordenadas (1, 1) m, debido al sistema de las tres cargas puntuales será, según se muestra en el siguiente esquema:



Aplicando el principio de superposición, el campo eléctrico resultante en el punto C será:

$$\overrightarrow{E_T^C} = \overrightarrow{E_1^C} + \overrightarrow{E_2^C} + \overrightarrow{E_3^C} \equiv \overrightarrow{E_1^C}$$

Dado que en el punto C los campos eléctricos debidos a las cargas q_2 y q_3 se cancelan mutuamente, tal como se indica en el esquema.

Donde:

$$\overrightarrow{E_1^C} = K\frac{q_1}{d_1^2}(\cos(45°)\vec{\imath}+sen(45°)\vec{\jmath})\frac{N}{C} = K\frac{q_1}{d_C^2}(\cos(45°)\vec{\imath}+sen(45°)\vec{\jmath})\frac{N}{C}$$

$$\overrightarrow{E_2^C} = K\frac{q_2}{d_2^2}(\cos(-45°)\vec{\imath}+sen(-45°)\vec{\jmath})\frac{N}{C} = K\frac{q_2}{d_C^2}(\cos(45°)\vec{\imath}-sen(45°)\vec{\jmath})\frac{N}{C}$$

$$\overrightarrow{E_3^C} = K\frac{q_3}{d_3^2}(\cos(135°)\vec{\imath}+sen(135°)\vec{\jmath})\frac{N}{C} = -K\frac{q_3}{d_C^2}(\cos(45°)\vec{\imath}-sen(45°)\vec{\jmath})\frac{N}{C}$$

Siendo: $d_1 = d_2 = d_3 \equiv d_C = \sqrt{2}$ m; y $q_2 = q_3$ = -4 μC.

Luego el vector campo eléctrico resultante en el punto C, a la distancia $d_C = \sqrt{2}$ m, será:

$$\overrightarrow{E_T^C} \equiv \overrightarrow{E_1^C} = \frac{Kq_1}{d_C^2}\left[\left(cos(45)\right)\vec{\imath} + \left(sen(45)\right)\vec{\jmath}\right] = \frac{9\cdot 10^9 N\cdot m^2\cdot C^{-2}\times 8\cdot 10^{-6}C}{2m^2}\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{\imath} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{\jmath}\right] =$$

$$= \frac{9\cdot 4}{\sqrt{2}}(\vec{\imath}+\vec{\jmath})\cdot 10^3\,\frac{N}{C} \approx 25.456\cdot 10^3(\vec{\imath}+\vec{\jmath})\,\frac{N}{C} \approx 2.54\cdot 10^4(\vec{\imath}+\vec{\jmath})\,\frac{N}{C}$$

Y el módulo del campo eléctrico en C:

$$\left|\overrightarrow{E_T^C}\right| \equiv \left|\overrightarrow{E_1^C}\right| = \frac{9\cdot 4}{\sqrt{2}}\times\sqrt{2}\cdot 10^3\,\frac{N}{C} = 3.6\cdot 10^4\,\frac{N}{C}$$

b) El potencial electrostático debido a las tres cargas en el punto C (1,1) m:

$$V_C = V_1^C + V_2^C + V_3^C = K\frac{q_1}{d_{1C}} + K\frac{q_2}{d_{2C}} + K\frac{q_3}{d_{3C}} = K\left(\frac{q_1}{d_C}+\frac{q_2}{d_C}+\frac{q_3}{d_C}\right) = 9\cdot 10^{-9}N\cdot m^2\cdot C^{-2}\,\frac{(8-4-4)}{(\sqrt{2})\,m}\cdot 10^{-6}C = 0\ V$$

Y el potencial debido a las tres cargas en el punto D (2,2) m:

$$V_D = V_1^D + V_2^D + V_3^D = K\frac{q_1}{d_{1D}} + K\frac{q_2}{d_{2D}} + K\frac{q_3}{d_{3D}} = 9\cdot 10^9 N\cdot m^2\cdot C^{-2}\left(\frac{8}{2\sqrt{2}}-\frac{4}{2}-\frac{4}{2}\right)\times 10^{-6}C\cdot m^{-1} =$$

$$= 9\times 2\left(\sqrt{2}-2\right)\cdot 10^3\,\frac{J}{C} \approx -10.54\cdot 10^3\,\frac{J}{C} \approx -1.05\cdot 10^4\,\frac{J}{C};\ (\text{ó también: } -10544.15\ V)$$

c) El trabajo realizado para trasladar la carga puntual positiva q_4 desde el vértice D hasta el centro C será:

$$W_{D\to C} = -\Delta E_{P_D}^{\ C} = E_P^{\ D} - E_P^{\ C} = q_4\cdot(V_D - V_C) = 3\cdot 10^{-9}C\times\left((-1.05\cdot 10^4\ V) - 0V\right) \approx -3.16\cdot 10^{-5}J$$

El trabajo para trasladar la carga puntual positiva $+q_4$ desde el punto D hasta C tiene signo negativo, luego es un trabajo realizado en contra del campo eléctrico del sistema de cargas.

Pregunta 4.

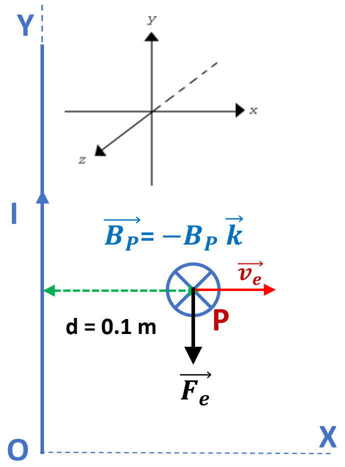
Un hilo conductor rectilíneo muy largo se halla dispuesto según el eje OY mientras por el circula una intensidad de corriente de 1 A en el sentido positivo de dicho eje. Un electrón que se encuentra en el plano XY a una distancia d = 10^{-1} m del conductor lleva una velocidad v = $10^6\ \vec{\imath}$ m s^{-1}.

a) Realiza un esquema describiendo los vectores velocidad del electrón, campo magnético creado por el hilo conductor y la fuerza magnética ejercida sobre el electrón. Determina de forma razonada el módulo, dirección y sentido de la fuerza. **(1.5 puntos)**
b) Si se cambia la dirección de la velocidad del electrón según el eje OY, ¿cuál sería la nueva fuerza ejercida? Razona la respuesta. **(0.5 puntos)**

SOLUCIÓN:

a) El campo magnético producido por la intensidad de corriente que circula por el conductor rectilíneo indefinido dispuesto sobre el eje OY, en el punto P, que se halla a una distancia d del conductor, será, según se indica en el esquema adjunto:

$$\vec{B}\,(P) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d}\left(-\vec{k}\right) = -\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d}\vec{k}$$



Siendo d = 0.1 m la distancia desde el conductor al punto P, según la perpendicular al eje OY.

Sustituyendo datos:

$$\vec{B}\,(P) = -\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot d}\vec{k} = -\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}} \times 1\mathrm{A}}{2\pi \times 0.1\ \mathrm{m}}\vec{k} = -2 \cdot 10^{-6}\vec{k}\ \mathrm{T}$$

El electrón se halla en el punto P, situado a la distancia d = 0.1 m del conductor rectilíneo y bajo la influencia del campo magnético producido por éste en dicho punto, moviéndose con una velocidad v a lo largo del eje X positivo, por lo que la fuerza magnética que experimentará el electrón viene dada por la Ley de Lorentz.

La fuerza magnética que experimenta el electrón al penetrar con dicha velocidad v en el punto P, debida a la interacción con el campo magnético B del conductor rectilíneo será:

$$\overrightarrow{F_m} = q_e\left(\vec{v_e} \wedge \vec{B}\right) = q_e\left(v_e\vec{\imath} \wedge -B\vec{k}\right) = -e \cdot v_e \cdot B\left(\vec{\imath} \wedge -\vec{k}\right) = -e \cdot v_e \cdot B \cdot \vec{\jmath} =$$
$$= -1.6 \cdot 10^{-19}C \times 10^6\,\frac{m}{s} \times 2 \cdot 10^{-6}\,T \cdot \vec{\jmath} = -3.2 \cdot 10^{-19}\,\vec{\jmath}\,N$$

La fuerza magnética resultante ejercida por el campo magnético desvía la trayectoria del electrón en la dirección del eje vertical negativo.

b) Si ahora la velocidad del electrón es paralela al eje vertical OY, y va dirigida según la circulación de la intensidad de corriente que recorre el conductor rectilíneo, la fuerza magnética que experimentará el electrón será entonces:

$$\overrightarrow{F_m} = q_e\left(\vec{v_e} \wedge \vec{B}\right) = q_e\left(v_e\vec{\jmath} \wedge -B\vec{k}\right) = -e \cdot v_e \cdot B\left(\vec{\jmath} \wedge -\vec{k}\right) = -e \cdot v_e \cdot B \cdot (-\vec{\imath}) =$$
$$= 1.6 \cdot 10^{-19}C \times 10^6\,\frac{m}{s} \times 2 \cdot 10^{-6}\,T \cdot \vec{\imath} = 3.2 \cdot 10^{-19}\,\vec{\imath}\,N$$

La fuerza magnética resultante ejercida por el campo magnético desvía la trayectoria del electrón en la dirección del eje horizontal positivo.

Pregunta 5.

Una sala de fiestas dispone de una pista de baile circular con 6 altavoces idénticos que están colocados simétricamente alrededor de la pista y todos ellos a la misma distancia d = 10 m de su centro. La sonoridad percibida por un bailarín situado en el centro de la pista de baile es de 120 dB.

a) Determina la potencia de cada uno de los altavoces de la sala de fiestas. **(1 punto)**
b) Si durante la actuación musical se estropean 3 altavoces, calcula el nuevo nivel de intensidad sonora que percibe el bailarín situado en el centro de la pista de baile. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

a) El nivel de intensidad sonora total que percibe el bailarín inicialmente, cuando funcionan los 6 altavoces de la pista, que al ser idénticos, cada uno de ellos emite con la misma potencia, y por tanto, con la misma intensidad:

I = P/4πd²

$$S_T = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I_T}{I_0}\right);\ \text{donde: } P_T = 6P = I_T \cdot S = I_T \cdot 4\pi d^2 \Longrightarrow\ I_T = \frac{P_T}{4\pi d^2} = \frac{6P}{4\pi d^2}$$

Luego:

$$120\ dB = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I_T}{I_0}\right) \Longrightarrow I_T = 10^{12} \cdot I_0\ \ W \cdot m^{-2} = 1\ W \cdot m^{-2}$$

Y la potencia con que emite cada uno de los 6 altavoces a la distancia indicada del centro de la pista será:

$$P_T = 6P = I_T \cdot 4\pi d^2 = 1\frac{W}{\mathrm{m}^2} \cdot 4\pi(10)^2\ m^2 = 400\pi\ W \Rightarrow P = \frac{400\pi\ W}{6} \approx 209.44\ W$$

b) Si se estropean la mitad de los altavoces de la pista de baile, la potencia emitida por la mitad restante será la mitad de la total inicial, dado que son todos idénticos, y la intensidad de sonido que llega al bailarín que está situado a la misma distancia, también será la mitad, luego:

$$P_T' = 3P \Longrightarrow P_T' = P_{\frac{T}{2}} = \frac{6}{2} \cdot P = \frac{P_T}{2};\ \text{de donde: } P_{\frac{T}{2}} = I_{\frac{T}{2}} \cdot S \Longrightarrow\ I_{\frac{T}{2}} = \frac{P_{\frac{T}{2}}}{S} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_T}{4\pi d_1^2} = \frac{I_T}{2}$$

$$\Longrightarrow\ I_{\frac{T}{2}} = \frac{I_T}{2} = \frac{1\,\frac{W}{m^2}}{2} = 0.5\ \frac{W}{m^2}$$

Y la sonoridad que percibirá ahora el bailarín situado en el centro de la pista de baile:

$$S_T' \equiv S_{\frac{T}{2}} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{\frac{I_T}{2}}{I_0}\right) = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{I_T}{2 \cdot I_0}\right) = 10 \cdot \left[\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + \log_{10}\left(\frac{I_T}{I_0}\right)\right] \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow S_T' \equiv S_{T/2} = 10 \cdot \left[\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) + \log_{10}\left(\frac{1}{10^{-12}}\right)\right] \approx 10 \cdot (-0.3 + 12) \cong 117\ dB$$

Pregunta 6.

Una onda transversal se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 4 m s^{-1}. La onda tiene una amplitud de 0.8 m y una frecuencia angular de π/4 rad s^{-1}. Si en el instante t = 0 s el punto situado en el origen de coordenadas tiene aceleración máxima y positiva, calcula:

a) La expresión matemática de la onda. **(1 punto)**
b) La velocidad de oscilación de un punto de la cuerda situado en x = 2 m en el instante t = 10 s. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

a) La expresión general de una onda transversal, suponiendo válidas ambas expresiones armónicas, es:

$$y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t \pm kx + \varphi_0) \qquad y(x,t) = A\cos(\omega t \pm kx + \varphi_0)$$

Comparando los términos con la ecuación de la onda transversal que se propaga por la cuerda:

$$A = 0.8\ \mathrm{m}\,;\ \omega = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{rad}{s} = 2\pi f \Longrightarrow f = \frac{1}{8}\ \mathrm{s}^{-1} = 0.125\ \mathrm{Hz}\,;\ \mathrm{T} = \frac{1}{f} = 8\ s;\ v = 4\cdot\frac{m}{s} = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda}{8\ s} \Longrightarrow \lambda = 32\ m;$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{16}\ m^{-1}$$

Dado que además la onda se propaga en el sentido positivo del eje X, se tendrá que:

$$y(x,t) = 0.8\ \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{16}x + \varphi_0\right)\ m; \qquad y(x,t) = 0.8\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{16}x + \varphi_0\right)\ m$$

La fase inicial se determina a partir de la condición de la aceleración en x =0 en el instante t=0, donde:

$$a_y(x,t) = -\omega^2\cdot y(x,t) = -0.8\frac{\pi^2}{16}\ \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{16}x + \varphi_0\right)\ m\cdot s^{-2} =$$

$$= -0.05\pi^2\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{16}x + \varphi_0\right)\ m\cdot s^{-2};$$

O bien:

$$a_y(x,t) = -0.05\pi^2\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{16}x + \varphi_0\right)\ m\cdot s^{-2}$$

Sustituyendo valores:

$$a_y(x=0,t=0) = -\omega^2\cdot y(0,0) = -0.8\frac{\pi^2}{16}\ \mathrm{sen}(\varphi_0)\ m\cdot s^{-2} = -0.05\pi^2\mathrm{sen}(\varphi_0)\ m\cdot s^{-2} =$$

$$= 0.05\pi^2\ m\cdot s^{-2} \Rightarrow \mathrm{sen}(\varphi_0) = -1 \Rightarrow \varphi_0 = 3\frac{\pi}{2}$$

O bien:

$$a_y(0,0) = -0.05\pi^2\cos(\varphi_0)\ m\cdot s^{-2} = 0.05\pi^2\ m\cdot s^{-2} \Rightarrow \cos(\varphi_0) = -1 \Rightarrow\ \varphi_0 = \pi$$

Las ecuaciones completas de la onda transversal serán:

$$y(x,t) = 0.8\ \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{16}x + \frac{3\pi}{2}\right)\ m; \qquad y(x,t) = 0.8\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{16}x + \pi\right)\ m$$

b) La velocidad de vibración de la onda en el punto de la cuerda indicado y en el instante dado, será:

$$v_y(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0.2\pi\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{16}x + \frac{3\pi}{2}\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}; \qquad v_y(x,t) = -0.2\pi\cdot\ \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{16}x + \pi\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Y sustituyendo valores:

$$v_y(x=\ 2\ m, t = 10\ s) = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0.2\pi\cdot\cos\left(\frac{\pi}{4}10 - \frac{\pi}{16}2 + \frac{3\pi}{2}\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0.2\pi\cdot cos\left(31\frac{\pi}{8}\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 0.58\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};$$

$$v_y(x = 2\ m, t = 10\ s) = -0.2\pi\cdot\ \mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}10 - \frac{\pi}{16}2 + \pi\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -0.2\pi\cdot sen\left(27\frac{\pi}{8}\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \approx 0.58\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Pregunta 7.

Un sistema óptico consta de una lente delgada convergente cuya distancia focal es de 0.4 m.

a) Determina la distancia a la que debe colocarse un objeto delante de la lente convergente para que se forme una imagen virtual, derecha y con un tamaño el doble del objeto, que tiene 5 cm de altura. **(1 punto)**
b) Realiza la representación gráfica del trazado de rayos correspondiente, identificando los elementos principales de la lente, el objeto y la imagen formada, así como las posiciones de éstos. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

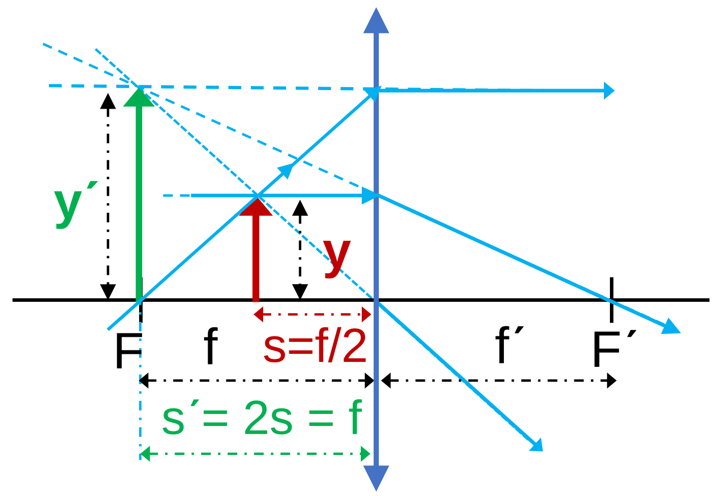
a) Para una lente convergente la focal imagen es positiva (f´ > 0). A partir de la relación del aumento lateral, y dado que la imagen será virtual (s´ < 0), derecha y tendrá el doble de tamaño que el del objeto, se puede obtener la relación entre la posición de la imagen (s´) y la del objeto (s) a partir de la expresión del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}; y' = 2y; \Longrightarrow s' = 2s;\ y = 0.05\ m \Longrightarrow y' = 2\times 0.05\ m = 0.1\ m$$

A partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas, para esta lente convergente se obtiene en este caso:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow \frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow s = -\frac{f'}{2} = -\frac{0.4\ m}{2} = -0.2\ m \Longrightarrow s' = 2s = -0.4\ m$$

b) El diagrama del trazado de rayos correspondiente es en este caso:



Puesto que la lente es convergente y que la imagen formada debe ser virtual y derecha, el objeto se sitúa entre la focal y la lente a la mitad de la distancia focal (s = -0.02 m = f/2). Además, la imagen tiene un tamaño dos veces mayor que el objeto y por tanto se formará en un punto del eje situado a una distancia 2 veces superior a la del objeto de la lente, o sea a la misma distancia focal (s´= -0.04 m = f), situada hacia la izquierda de ésta, según se representa en la figura.

Pregunta 8.

Un rayo de luz monocromático se propaga por el aire con una frecuencia de 3.75×10^{14} Hz y atraviesa un medio de índice de refracción $n_2 = 1.45$.

a) Calcula la longitud de onda del rayo cuando se propaga por el aire. **(0.5 puntos)**
b) Determina la frecuencia y la longitud de onda del rayo cuando se propaga por el segundo medio. **(1 punto)**
c) ¿Con que ángulo deberá incidir el rayo cuando viaja por el segundo medio al volver a cambiar de medio al aire, para que se obtenga reflexión total? **(0.5 puntos)**

SOLUCIÓN:

a) La longitud de onda del rayo incidente cuando viaja por el aire (n_1 =1) será:

$$n_{aire} = 1 = \frac{c}{v_{\text{aire}}} = \frac{c}{\lambda_{\text{aire}} \cdot f_{\text{aire}}} = \frac{c}{\lambda_{\text{aire}} \cdot f_0} \Longrightarrow \lambda_{\text{aire}} = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}}{3.75 \cdot 10^{14}\ s^{-1}} = 8 \cdot 10^{-7}\ m$$

---

b) Al cambiar de medio, la frecuencia no se modifica, luego:

$$f_2 = f_{\text{aire}} \equiv f_0 = 3.75 \cdot 10^{14}\text{Hz}$$

Y la longitud de onda del rayo cuando se propaga por el segundo medio (n_2 = 1.45) será:

$$n_2 = 1.45 = \frac{c}{v_2} = \frac{c}{\lambda_2 \cdot f_2} = \frac{c}{\lambda_2 \cdot f_0} \Longrightarrow \lambda_2 = \frac{c}{n_2 \cdot f_0} \equiv \frac{\lambda_{\text{aire}}}{n_2} = \frac{8 \cdot 10^{-7}\ m}{1.45} \approx 5.52 \cdot 10^{-7}\ m$$

---

c) La refracción del rayo incidente en la interfase medio 2-aire, aplicando la ley de Snell en condición de reflexión total (φ'_r = 90º), dará el ángulo límite de incidencia del rayo desde dicho medio:

$$n_2 \cdot \text{sen}\ (\varphi_L') = n_{\text{aire}} \cdot \text{sen}\ (90^{\text{o}}) = 1 \Longrightarrow \text{sen}\ (\varphi_L') = \frac{1}{1.45} \Longrightarrow \varphi_L' = 43^{\text{o}}\ 36'\ 10''$$

Pregunta 9.

El trabajo de extracción para el cobre es de 4.7 eV.

a) Calcula la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico de este metal. **(1 punto)**
b) Determina el potencial de frenado de los electrones emitidos por el metal cuando se irradia una muestra de cobre con una radiación de 190 nm de longitud de onda. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

a) La energía del trabajo de extracción del cobre es:

$$W_{Cu} = 4.7\ \text{eV} \times 1.6 \cdot 10^{-19}\ \frac{\text{C}}{\text{e}} = 7.52 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Para que se produzca efecto fotoeléctrico, la frecuencia de la radiación incidente debe ser mayor o igual que la frecuencia umbral del metal, que a partir de la relación con el trabajo de extracción para el Cu:

$$W_{Cu} = h \cdot \nu_0 \Longrightarrow \nu_0 = \frac{W_{Cu}}{h} = \frac{7.52 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{6.63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}} \approx 1.13 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1} \cong 1.13 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

El trabajo de extracción tendrá lugar si se irradia el Cu con una radiación de frecuencia $\nu \geq \nu_0$.

---

b) Si se irradia el Cu con una radiación cuya λ = 190 nm, la relación de la energía del fotón incidente sobre el metal, la energía cinética máxima de los electrones emitidos y el trabajo de extracción del metal será: $E = W_{Cu} + E_C$, siendo $E = h\nu = h\ c/\lambda$, la energía del fotón incidente con la longitud de onda indicada. Luego:

$$E_{fotón} = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = W_{Cu} + E_{\text{C}} \Longrightarrow E_{\text{C}} = E_{fotón} - W_{Cu} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_{Cu} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - h \cdot \nu_0$$

Y sustituyendo datos:

$$E_{Cmax} = 6.63 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} \times \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}{1.90 \cdot 10^{-7}\ m} - 7.52 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \approx 2.95 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

El potencial de frenado para el Cu se obtiene a partir de la energía cinética máxima comunicada al electrón emitido, tras ser irradiado el metal con la longitud de onda del fotón incidente. De donde el potencial de frenado requerido para detener los electrones emitidos con dicha energía cinética máxima será:

$$E_{\text{Cmax}} = q_e \cdot V_{frenado} \Longrightarrow V_{frenado} = \frac{E_{\text{Cmax}}}{q_e} = \frac{2.95 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{1.6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} \approx 1.843\ \text{V}$$

(No es necesario realizar correcciones relativistas dado que v_e = c/ 373)

Pregunta 10.

Un electrón relativista adquiere una energía cinética equivalente a la energía de un fotón con una longitud de onda en el vacío de 6×10^{-12} m. Calcula:

a) La energía cinética del electrón, en eV. **(1 punto)**
b) La velocidad del electrón. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

a) La energía cinética del electrón es la misma que la del fotón con la longitud de onda correspondiente:

$$E_C^{e-} \equiv E_C^{fotón} = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6.63 \cdot 10^{-34} J \cdot s \times \frac{3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}}{6 \cdot 10^{-12}\ m} = 3.315 \cdot 10^{-14}\ J \approx 2.072 \cdot 10^5\ eV$$

---

b) A partir de la expresión relativista de la energía cinética del electrón y teniendo en cuenta su masa relativista, su velocidad será:

$$E_e = E_{e_0} + E_C \Longrightarrow E_C = E_e - E_{e_0} = m_e \cdot c^2 - m_{e_0} \cdot c^2 = \gamma \cdot m_{e_0} \cdot c^2 - m_{e_0} \cdot c^2 = (\gamma - 1) m_{e_0} \cdot c^2 =$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}}} - 1 \right) m_{e_0} \cdot c^2$$

Donde E_0 y m_0 denotan la energía y masa del electrón en reposo, respectivamente. Despejando la velocidad del electrón de la expresión anterior, se obtiene:

$$v_e = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{E_C^e}{m_0 \cdot c^2}\right)^2}} \cdot c = \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{3.315 \cdot 10^{-14} J}{9.11 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot (3 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1})^2}\right)^2}} \times 3 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1} \approx 0.7 \cdot c \sim 2.1 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}$$

Criterios específicos de corrección

Criterios de corrección comunes:

En todos los apartados de los ejercicios que soliciten cálculos de magnitudes físicas se penalizará con 0.25 puntos no expresar la unidad correcta de la magnitud calculada, no se exige (se aconseja) la expresión explícita de unidades en los cálculos previos, tal y como aparecen en el examen resuelto, pero sí que las magnitudes se expresen en la unidad adecuada conforme a las constantes utilizadas, una errónea expresión de las magnitudes utilizadas conduce a un error del resultado final, que no será imputable a un error de cálculo (menor penalización). Se valorará positivamente el planteamiento correcto, la justificación de las respuestas, la coherencia con los conceptos físicos y el correcto empleo de la terminología científica propia de la materia. Obligatoriedad de dibujar trazado de rayos e indicar el sentido de los mismos con las flechas correspondientes, en los problemas de óptica geométrica. Empleo de cifras significativas adecuadas en la expresión de magnitudes y redondeo.