



MATEMATICAS I

Escoge cuatro de los seis ejercicios propuestos

1) (puntuación máxima 2.5 puntos)

- i) Calcula todas las matrices diagonales de orden dos que coinciden con su inversa.
- ii) Si A es una de estas matrices, calcula su cuadrado.

2) (puntuación máxima 2.5 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones
$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\beta \\ \alpha \end{pmatrix}$$

- i) Calcula los valores de α y β sabiendo que el punto $P=(2,-1)$ satisface la primera ecuación y el punto $Q=(2,0)$ satisface la segunda.
- ii) ¿Es compatible y determinado el sistema que resulta al sustituir los valores de α y β calculados?. Justifica las respuestas.

3) (puntuación máxima 2.5 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ verificando que $f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

- i) Analiza el crecimiento y decrecimiento de la función $g(x) = f(e^x)$
- ii) ¿Tiene algún extremo relativo la función $h(x) = e^{-f(x)}$?. Justifica las respuestas.

4) (puntuación máxima 2.5 puntos)

Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la parábola de ecuación $y^2 = x$ y el segmento cuyos extremos son los puntos $P=(1,-1)$ y $Q=(4,2)$.

5) (puntuación máxima 2.5 puntos)

Los puntos $P=(2,1,2)$ y $Q=(0,5,4)$ son dos vértices opuestos de un cuadrado contenido en el plano de ecuación $x + y - z = 1$

- i) Determina las coordenadas de los otros dos vértices.
- ii) Calcula la ecuación de la recta que contiene al origen de coordenadas y es paralela a la que contiene a los puntos P y Q .

6) (puntuación máxima 2.5 puntos)

- i) Sean A y B dos sucesos independientes y $P(B) > 0$. Calcula $P(A/B)$
- ii) En una caja hay 3 tuercas y 7 tornillos. Se extrae una pieza al azar y se coloca sobre una mesa. A continuación se extrae otra pieza al azar y se pone sobre la mesa. ¿Cuál es la probabilidad de que sobre la mesa haya un tornillo y una tuerca?